講義ノート

蔵本由紀教授　最終講義録
「非線形科学の形成　－　その一断面」
２００４年３月１２日　京都大学理学部６号館にて

はじめに：

この講義録は、２００４年３月に京都大学を定年退官された蔵本由紀教授（現在：北海道大学大学院理学研究科数学専攻）が、２００４年３月１２日に京都大学理学部にて行われた最終講義の内容を記録したものです。講義の録画を元に京都大学理学部の中尾裕也が原稿を作り、本文は蔵本由紀教授ご本人に、紹介部分は篠本滋助教授に加筆訂正して頂きました。蔵本教授が講義で使われたスライドを図として挿入しましたが、そのうちのいくつかは、権利上の理由で、省略するか、あるいは別の図で置き換えました。特に、BZ 化学反応の実験の写真については、京都大学理学部の北畑裕之氏に写真を提供して頂き、また、Prigogine 氏、Haken 氏、および Thom 氏の写真については、静岡大学工学部の守田智氏に似顔絵を描いて頂きました。ここに感謝します。

紹介：篠本滋

それでは、講義が始まる前に、簡単ではありますが、蔵本先生のご略歴とご業績について紹介したいと思います。

蔵本先生は１９６４年に京都大学理学部を卒業され、以後、大学院理学研究科修士、博士課程と進まれました。単位取得退学の後に、九州大学理学部助手、１９７６年４月から京都大学理学部助教授、その間ドイツのシュツットガルト大学物理学科客員教授を経られて、８１年から基礎物理学研究所教授、８５年から理学部教授、大学院理学研究科教授と歴任されています。

研究面でのご業績を紹介させて頂きますと、１９７０年に理学博士号を取られたテーマは、２次相転移に関する Landau 理論の一般化ということで、当時芽生えつつあった繰り込み群的な構想の研究をされたと聞いております。これは現在も高く評価される方もおられ、栴檀は双葉より芳しといいますか、このように大学院の頃から優れた業績を残されています。九州大学に移られてからは大きく研究の方向を変えられ、当時 Prigogine や Haken が先導していた非線形動力学・非平衡統計力学の分野で活躍を始められました。この時代に、振動場の位相不安定性を記述した方程式を提唱されていますが、これが現在「蔵本－Sivashinsky 方程式」と呼ばれる時空カオスの基礎発展方程式であります。それともうひと

つ、ほぼ同時期１９７５年に、振動子集団の可解模型を出されました。これは、非線形振動子というものを、位相という概念で統一的に記述してゆくという構想の始まりだと思うのですが、現在非常に発展しつつある振動子研究の嚆矢となる研究で、現在では「蔵本モデル」と呼ばれるようになっています。これら名の残るふたつの偉大な業績に加え、１９８４年には"Chemical Oscillations, Waves, and Turbulence"というモノグラフを出版されました。これは非線形動力学の分野において最も引用される本のひとつで、出版部数より引用部数が多いというくらい（笑）高い評価を得ています。どういった考え方が蔵本先生の研究の中心を貫いているかは、これからの講義で伺えると思うのですが、私どもからみますと、複雑なものの中に単純な切り口を見出して、簡素で美しいモデルを作成していくという、これが蔵本先生の独壇場であると思われます。

教育面では、数多くの後進の研究者を育てられてきました。現在、北大から九大まで、非線形動力学と名のつく研究室の多くに、蔵本研の出身者がいます。海外でも非常に評価が高く、蔵本先生を慕って、アメリカ、フランス、ドイツ、モンゴル、韓国など海外からのポスドクが常に滞在しておりました。また学術雑誌の編集でも、Physical Review その他の編集者、Physica D や Progress などの編集長を勤められ、学問の発展に寄与されました。

学内役職等についてもそつなくこなされたのですが、お見受けするところ、学内の役職に関しては深入りしない（笑）、研究が第一、というこの姿勢も、蔵本研の卒業生は見習わなくてはならないと思われます。卒業生も数多く活躍していますが、その多くが、いまだに、というのも変ですが、蔵本先生を慕っている。余所では、卒業生が先生を恨んでいるというケースがたくさん見受けられますけれども、我が研究室においてはずっと慕い続けているというのがほとんどだと思います。例外も少しはあるかもしれませんが、私は知りません（笑）。

学内の講義に関してですが、洗練された、熱統計力学の講義は、名講義のひとつとされていて、これがなくなるのを残念に思う人が多い。このように、教育面でも活躍され、非線形動力学の分野に限らず、多くの方が蔵本先生の影響を受けていらっしゃると思うわけです。今日は、恐らく、これまでの研究、教育、の中で、どういうことを中心に貫いて考えてこられたかということや、またこれまでの逸話なども伺えると思いますので、楽しみにしております。では、よろしくお願いします。

講演：蔵本由紀

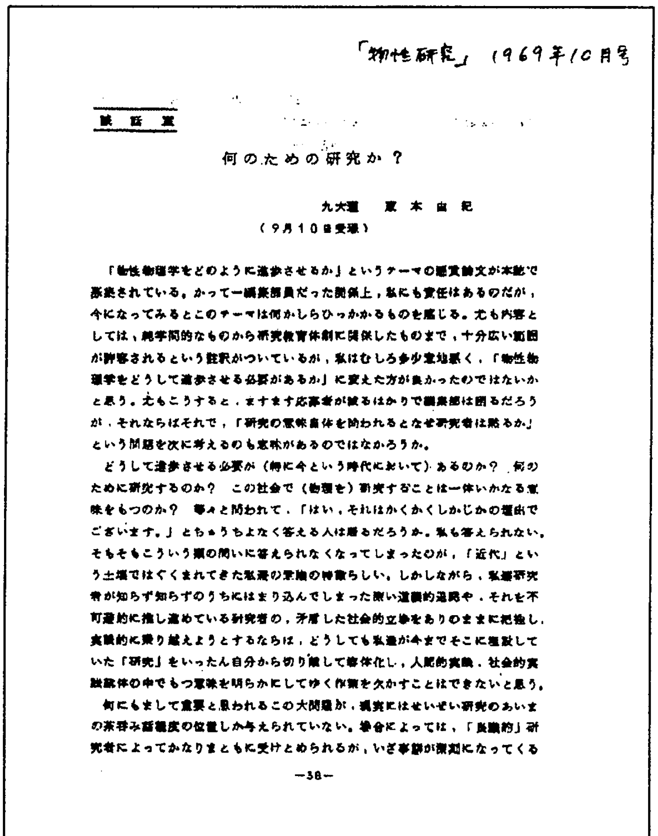
少々ほめ過ぎのご紹介だと思いますけど…。何しろ最終講義というのは私初めてですので（笑）勝手が分からないのです。本来でしたら最終講義というのはその言葉どおり…、今ちょっとご紹介がありましたけど、私が担当してきた統計熱力学の講義ノートの最後のページを閉じて黒板をきれいに消して、「では諸君ごきげんよう」といって教室を出て行く、そういうのが一番スマートで格好いい。けれど、ここの習慣ではそういうわけにもいかな

いようですので。それならそれで覚悟を決めて、これからは色々なしがらみから自由になれることでもありますし、今まで公に言えなかったこともありますので（笑）、あまり暴露しようというわけではありませんが（笑）、そういうところも含めてお話したいと思います。それから、せっかく若い人が大勢来られているので、その方たちのためになる話をせよとおっしゃるかも知れませんので…。 私の講義の題名すなわち「非線形科学の？？」、何だっけ、ちょっと忘れましたけど…、非線形科学というのは、私が研究を始めた７０年代前後ころはまだ何もない荒地でした。今はわりと成熟した学問になっていますが、そういう分野にたまたま飛び込むことになった人間が初期の頃いったい何を感じ、何に悩み、何に喜びを感じ、何に迷ったか、そういうふうなことをお話ししたい。若い人たちの将来の参考になればと思います。

ところで、今は大学の大変な時期ですね。待ったなしの法人化とか、京大物理の場合は走り出したＣＯＥなどで最近教室の雰囲気も…、何だか皆さん苛立っておられるようで。昔はもう少し、なんと言いますか、おっとりした和やかな空気があったと思います。そういう空気がお金持ちになってから失われるというのはさびしいことで、私としては心残りです。まあ、去って行くものの気安さでそういうことを言うんですけども。こんな大変な時に敵前逃亡するみたいで悪いのですが、大変なことが起こると本能的に逃げ足が速くなるというのが私の常なので。そういう意味であまり責任を果たしてこなかったと感じております。でも、責任といってもそれはいったい誰に対して果たすべきなのでしょうね。それを考えはじめるとまた分からなくなるので…。　ともかく京大って恵まれていますよね。何だかもう部外者みたいな口ぶりで悪いですが…（笑）、重点配分政策の恩恵に十分に浴している。だけど全国を見渡すとそういう政策のために泣かされている人たちもすごくたくさんいる。またその向こうには、もう研究などとは縁のない、しかし毎日を誠実に生きている人が大勢いるわけですね。そういう人たちに対する想像力を大学人というのはもっと働かせなくてはいけないんじゃないかなと思うわけです。

そういうことに関しては（ここからぼちぼち本題に入りますが）、私が研究者として独立しかかっていた時代、つまり１９７０年前後ですが、その頃は今とは全然別の意味で大学はものすごく大変でした。今よりずっと貧しかった。その頃は大学解体を叫んでバリケードを張った学生とか、それは民主主義の破壊であるといって体を張って阻止しようとした学生とか、あるいは反動教官と呼ばれて糾弾された教官とか、それぞれ立場の違いはあったのだけど、今と比較すると「大学人とは何か、研究者とは何か」ということを皆もっと真剣に考えていたんじゃないかなと思うわけです。私は京大のドクターを出て九大の助手に拾って頂きましたが、それは１９６９年でした。私はそれ以前に１年間道草を食っていますので、今年退官される大半の教官の方とは１年ずれがあります。１９６９年というのは、大学のそういう大変な状況がピークに達しつつあった年です。去年、「磁力と重力の発見」という著書が非常に話題になりました山本義隆さん、あの方が東大の全共闘を率いて果敢に戦っていた時です。５００人の全共闘の学生が安田講堂に立てこもって催涙弾の猛

烈な攻撃を浴びた年でした。そのために東大の入試が中止されたのが１９６９年、私が就職した年です。私も、何と言いますか、古い時代の価値が崩壊して新しい時代が到来するという、そういう予感にわくわくしていた時期です。友人たちの多くも研究の場を離れて地方の公害闘争とかその他の運動に身を投じて行った。そんな中で私はいくぶん後ろめたさを感じながら、やはり研究者にとどまりそれを捨てることはできなかった、という事情があります。ですが、そういうずいぶんハイな気分になっていましたので、今考えるとちょっと馬鹿馬鹿しいようなことも…。今日はＯＨＰを使います。パワーポイントも使えないことはないのですが、古い話をするには古いスタイルがいいということでＯＨＰしか用意していません（笑）。多少映りが悪いですが。まあＯＨＰの最終講義というのも今年あたりで終わりだろうからこれは非常に貴重な機会です（笑）。


「物性研究」1969年10月号

談話室

何のための研究か？

九大理　蔵本由紀
（９月１０日受理）

「物性物理学をどのように進歩させるか」というテーマの懸賞論文が本誌で募集されている。かつて一編集部員だった関係上，私にも責任はあるのだが，今になってみるとこのテーマは何かしらひっかかるものを感じる。尤も内容としては，純学問的なものから研究教育体制に関係したものまで，十分広い範囲が許容されるという註釈がついているが，私はむしろ多少意地悪く，「物性物理学をどうして進歩させる必要があるか」に変えた方が良かったのではないかと思う。尤もこうすると，ますます応募者が減るばかりで編集部は困るだろうが，それならばそれで，「研究の意味自体を問われるとなぜ研究者は黙るか」という問題を次に考えるのも意味があるのではなかろうか。

どうして進歩させる必要が（特に今という時代において）あるのか？　何のために研究するのか？　この社会で（物理を）研究することは一体いかなる意味をもつのか？　等々と問われて，「はい，それはかくかくしかじかの理由でございます。」とちゅうちょなく答える人は居るだろうか。私も答えられない。そもそもこういう類の問いに答えられなくなってしまったのが，「近代」という土壌ではぐくまれてきた私達の意識の特徴らしい。しかしながら，私達研究者が知らず知らずのうちにはまり込んでしまった深い道徳的退廃や，それを不可避的に推し進めている研究者の，矛盾した社会的立場をありのままに把握し，実践的に乗り越えようとするならば，どうしても私達が今までそこに埋没していた「研究」をいったん自分から切り離して客体化し，人間的実践，社会的実践総体の中でもつ意味を明らかにしてゆく作業を欠かすことはできないと思う。

何にもまして重要と思われるこの大問題が，現実にはせいぜい研究のあいまの茶呑み話程度の位置しか与えられていない。場合によっては，「良識的」研究者によってかなりまともに受けとめられるが，いざ事態が深刻になってくる

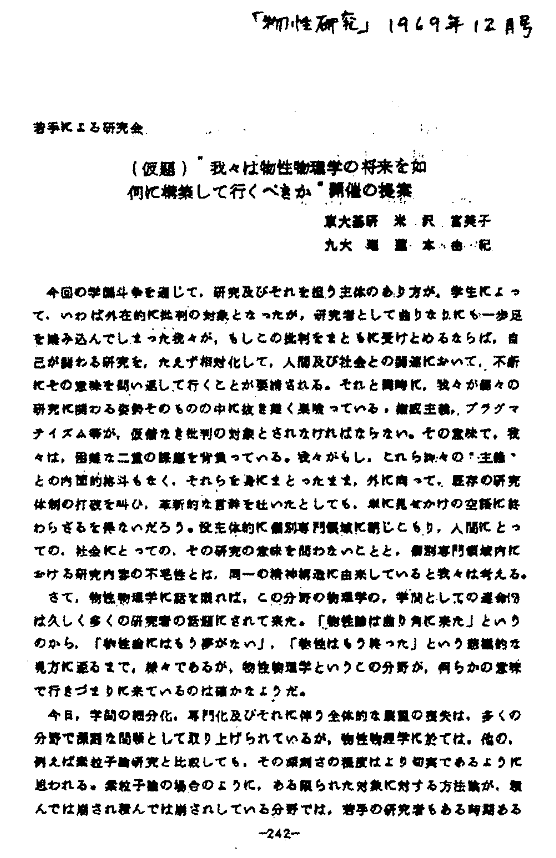
—38—

スライド1

古い「物性研究」という雑誌を引っ張り出したら、こういう恥ずかしい文章が出てきました（スライド１）。「何のための研究か？」という題で私が１９６９年１０月号に書いたのですが、あまり読んで頂かない方がいい。恥ずかしいのでちょっと見えないようにずらします（笑）。「何のための研究か」と今問われても分かりませんね。当時から僕は少々意地悪な考えを持っていたのだなと思うのですが、この当時「物性研究」誌が「物性物理学をどのように進歩させるか」という懸賞論文を募集していた。だけど僕はそれに対してこの文章の中で皮肉を言っています。つまり、「懸賞論文の題目としては「物性物理学をなぜ進歩させる必要があるか」の方がむしろ良かったのではないか」と言っている。更に続けて、「そうすると懸賞の応募者が減って編集部は困るかもしれない。でもそれなら、「研究の意味を問われるとなぜ研究者は黙ってしまうのだろうか」ということを考えたらどうか」と述べています。ちょっとひねくれていますね。格好よく言えば「研究の意味をラジカルに問う」というのでしょうか、そんな意識でやっていたのです。それと同じ頃、やはりこれも「物性研究」誌ですけど、米沢（富美子）さんと同じ趣旨の研究会「我々は物性物理学の将来を如何に構築して行くべきか」の提案というのをやって（スライド２）、これは見事につぶされました。「そんなことしてくれたら基研が困る」と周囲の教官から言われてつ

ぶされたようですが、今見るとすごいことが書いてありますね。「今回の学園斗争を通じて、研究及びそれを担う主体のあり方が云々」。これはだいたい米沢さんが書いたのです（笑）。こんなのを今ごろオープンにされてはかなわないと彼女は怒るかも知れませんが、だからすぐ引っ込めますが（笑）。彼女もずいぶん純粋だったのですね（笑）。あ、今も純粋と思いますけど。

で、そういうことがあって、研究者の道は捨てられなかったのですが、研究分野間のポテンシャルバリアのようなもの、そういうものを超えるのは、結構ハイな気分になっていましたからいともたやすかった。大学院の時代は、篠本さんからご紹介がありましたけれど、２次相転移の統計力学、臨界揺らぎのことをやっていました。そのあといわゆる非線形の方に転向したということです。何かまったく新しいことをやってやろうということで。それでまず大学院の時の相転移の研究を少し話します。私は富田和久先生の…、もうずいぶん以前に亡くなられましたが、その研究室に所属しておりました。私の同学年の物性理論の仲間には、たとえば名古屋大学の黒田義浩さん。彼は少し年長で昨年定年退職されました。それから九州工大の山田知司さん。私の強力な相棒で、後に彼と多くの共同研究をすることになります。それから、奈良女子大の副学長をやっておられる重定南奈子さん。もう数理生物学会の重鎮ですが。そういう非常に強力な面々が同期生におりました。


「物性研究」1969年12月号

若手による研究会

（仮題）"我々は物性物理学の将来を如何に構築して行くべきか"開催の提案

京大基研　米沢富美子
九大理　[illegible]本由紀

今回の学園斗争を通じて，研究及びそれを担う主体のあり方が，学生によって，いわば外在的に批判の対象となったが，研究者として曲りなりにも一歩足を踏み込んでしまった我々が，もしこの批判をまともに受けとめるならば，自己が携わる研究を，たえず相対化して，人間及び社会との関連において，不断にその意味を問い返して行くことが要請される。それと同時に，我々が個々の研究に携わる姿勢そのものの中に抜き難く巣喰っている，権威主義，プラグマティズム等が，仮借なき批判の対象とされなければならない。その意味で，我々は，困難な二重の課題を背負っている。我々がもし，これら諸々の"主義"との内面的格斗もなく，それらを身にまとったまま，外に向って，既存の研究体制の打破を叫び，革新的な言辞を吐いたとしても，単に見せかけの空語に終わらざるを得ないだろう。没主体的に個別専門領域に閉じこもり，人間にとっての，社会にとっての，その研究の意味を問わないことと，個別専門領域内における研究内容の不毛性とは，同一の精神構造に由来していると我々は考える。

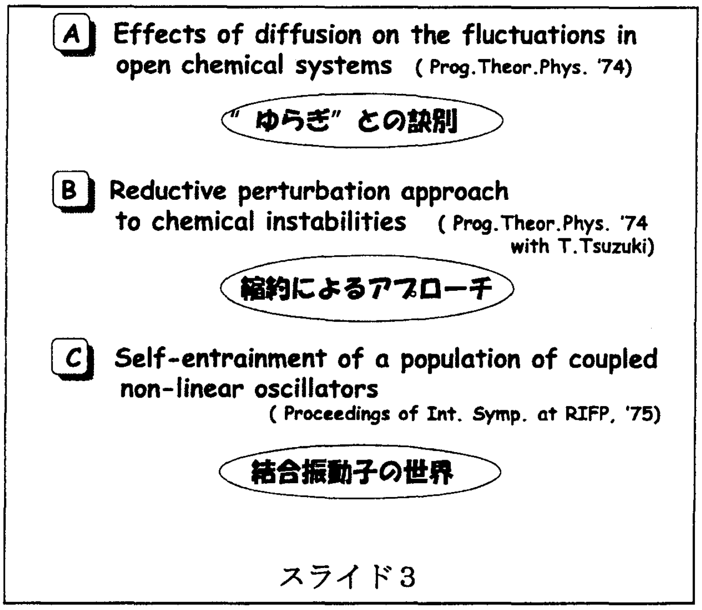
さて，物性物理学に話を限れば，この分野の物理学の，学問としての運命(?)は久しく多くの研究者の話題にされて来た。「物性論は曲り角に来た」というのから，「物性論にはもう夢がない」，「物性はもう終った」という悲観的な見方に至るまで，様々であるが，物性物理学というこの分野が，何らかの意味で行きづまりに来ているのは確かなようだ。

今日，学問の細分化，専門化及びそれに伴う全体的な展望の喪失は，多くの分野で深刻な問題として取り上げられているが，物性物理学に於ては，他の，例えば素粒子論研究と比較しても，その深刻さの程度はより切実であるように思われる。素粒子論の場合のように，ある限られた対象に対する方法論が，積んでは崩され積んでは崩されしている分野では，若手の研究者もある時期ある

-242-

スライド２

富田先生はスピンのダイナミクスがご専門でしたが、私は少しばかり富田先生の興味から外れた２次相転移の理論をやっていました。よく知られているように、富田先生は学問的に非常にフェアな方で、たとえご自分の専門ではなくそれほど得意ではないテーマを学生がやりはじめても全然悪い顔をされない。私だったらそんな時はちょっと面白くない顔をするかも知れませんが、そういうことをおくびにも出されない方でした。それで私は肩身の狭い思いをすることなしに相転移の統計力学に打ち込むことができました。当時、臨界現象というものがどんな状況だったかというと、相転移の統計力学と不可逆過程の統計力学というものが統計物理の二大花形で、ふたつのテーマが抱き合わせで基研の研究会が何度も開かれたりしていたという状況でした。私がマスターの時がそうです。ドクターに



入ると、その二つの分野がだんだん分離してゆくのですが。ご存知かもしれませんが、１９６６年にL. Kadanoffのスケーリング理論、７１年にK. Wilsonの臨界現象の繰り込み群理論が出ました。私が学位をとったのが６９年から７０年あたりですから、スケーリング理論から繰り込み群への橋渡し的な時期にあたります。学位論文もその線に沿ったものです。 具体的には、Landauの自由エネルギー汎関数をオーダーパラメータで展開しますが、その展開係数が自由エネルギーをどういうふうに空間的に粗視化したかによって、つまりその空間のスケールによって変わるわけです。係数のスケール依存性というものが臨界指数という一番基本的なパラメータを決めるという、今では常識となっているような考えを述べて、臨界指数の間の関係を、つまり、それらが独立ではなく一定の関係があることを述べました。今から考えると、実際に粗視化を実行してスケール依存性を計算で示せば良かったのでしょうが、考えないわけではなかったけれど非常に難しいなと思ってやらなかったのです。それはWilsonによってなされたわけですが。そういうことで、大学紛争もありまして、私は「相転移はもういいわ」と思って捨てたんです。捨てるのは惜しいなと言ってくれる先生もいましたが私はあまり惜しくなかった。というのは、ひとつには当時臨界現象の統計力学で非常に活躍されてたずいぶん声の大きい方もおられましたし（笑）、自分はそういう人と張り合ってしのぎを削っていけるようなタイプではないと思っていましたから。

それで、九大に移って数年間は一種の虚脱状態と言いますか、大学紛争の後遺症もあったのでしょう。論文を書かないわけでもなかったですが、実質的に虚脱状態で、やっと７３年くらいから活動をし始めた。いわゆる非線形・非平衡分野においてです。最初に書いた３つの論文というのはこういうものです（スライド３）。

(A) "Effects of diffusion on the fluctuations in open chemical systems", Progress of Theoretical Physics, Vol. 52 (1974) 711. -「"揺らぎ"との決別」

(B) "Reductive perturbation approach to chemical instabilities", Progress of Theoretical Physics, Vol. 52 (1974) 1399, with T. Tsuzuki. -「縮約によるアプローチ」

(C) "Self-entrainment of a population of coupled non-linear oscillators", Proceedings of International Symposium on Mathematical Problems in Theoretical Physics, ed. by H. Araki, Lecture Notes Phys., Vol. 39 (Springer, New York) p.420 (1975) -「結合振動子の世界」

３つともたいへん短い論文です。上の２つはプログレスのレターで、３番目はタイプ打ちのカメラレディ原稿ですから特に短いものでした。本当は、７３年にレターがもうひとつあるのですが、内容的には(A)の特殊例なので(A)で代表させます。これらが実質的に私が非線形の分野に入って書いた最初の３つの論文です。

今回、この講演の準備をしながらつくづく思ったのですが、研究者が新しい分野の研究を始めて最初の１年でもうものごとの大筋は決まっているのではないでしょうか。研究者としての基本的なスタンス、その後どういう方向に進むか、可能性も限界も含めて、始めて間もないころに大体決まっている。たまたま私の場合にそうだったのかも知れませんが、わりにそういうのは一般的じゃないですかね。ところで、３つの論文を標語的に言いますと、最初の論文(A)は、「揺らぎと縁を切る」。これはどういうことなのかは後で詳しく述べます。２番目の論文(B)はどうかというと、揺らぎと縁を切った世界というのは決定論的な世界、今の言葉でいうと散逸力学系の世界です。散逸力学系といっても非線形の力学系を扱っていますから普通は理論的にはまず手が出せない。そこで「縮約」というひとつの理論的な手段を導入してやってゆくより仕方ない。そう考えて書いたのが２番目の論文です。３番目の論文(C)ですが、縮約というアプローチをとったにせよ、対象となる非線形現象はものすごくたくさんある。その中で私が選んだのは振動現象である、ということです。私の基本的な研究者としてのスタンスはこの最初の３つの論文で決まっている。それを見事に言い当てています。ではあとの３０年間は惰性で生きていたのかというと必ずしもそういうわけではないですが（笑）。三つ子の魂百までと言うんでしょうか。

最初の論文(A)は、たったこれだけのものですが（スライド４に全文を示す）、"Effects of diffusion on the fluctuations in open chemical systems"というタイトルで、この内容についてはまたあとで話します。２番目の論文(B)も、これも２ページ（スライド５に全文を示す）。当時のプログレスというのは、こういう具合にぎっしり２段組で載せていたんですね。

７０年代というのはプログレスの黄金時代で、今は凝縮系の理論の論文なんて皆無ですが、当時は斯波さんとか山田耕作さんの非常に質の高い論文がプログレスに出ていましたね。６０年代もすごかったですね。近藤効果、森先生の一般化 Brown 運動とか、引用件数が１０００も２０００もあるようなのがいくつもありました。今は昔という感じです。今はできるだけページを稼ぐために実にゆったり載せていますね（笑）。ちょっと寂しいですが。３番目の論文(C)は、プロシーディングス用にタイプで打ったもので、量としてはもっと少ないものです（講演ではスライドで全文を示す。この講義録では著作権上の理由で省略）。この３つをネタにして、私の自己紹介…、辞めるときになって自己紹介というのも変ですが、どういう研究者だったかというイメージを持っていただけるのではと思います。

最初の、揺らぎに関する論文ですが、これは揺らぎと縁を切るためにこそ揺らぎを考えざるを得なかったという論文です。この論文の動機は、１９７１年に出版された P. Glansdorff と I. Prigogine の本 ("Thermodynamic Theory of Structure, Stability, and Fluctuations") です（講演ではスライドで本の表紙を示す。この講義録では省略)。僕はこれに非常に感銘を受けました。Glansdorff という人は Prigogine の同僚ですが、Prigogine がすごく有名だから Prigogine の本なんて言っていますが。Ilya Prigogine という人はこんな顔をしています（スライド６，講演では顔写真を示したが、この講義録では守田智氏による似顔絵で置き換え)。去年亡くなられましたけれど。彼はとてもカリスマ性の強いアジテーターだと思うんですけど、非常に熱いメッセージ、つまり今までの物理というのは要するに構造の崩壊しかやってないじゃないか、無構造のところから構造が立ち上がる、そういう自己組織化してゆく世界、そういうものを本格的にやる物理なんて今までなかったではないか、それこそ今からの科学ではないか…、そんな熱いメッセージのこめられた本です。私は非常に惹かれました。だから、非線形、非線形といいますけど、僕は“線形”に対する“非線形”にはべつだん興味がない。自己組織化する自然、そういうものを扱う科学、それに私は最初から今までずっと惹かれています。便宜的に“非線形”と言っていますが私の興味はもともとそうなんです。

Prog. Theor. Phys. '74

Prog. Theor. Phys. Vol. 52 (1974), Aug.

Effects of Diffusion on the Fluctuations in Open Chemical Systems

Yoshiki KURAMOTO

Department of Physics, Faculty of Science Kyushu University, Fukuoka

February 14, 1974

In the present short communication, we shall study several effects of diffusion on the concentration fluctuations in a system under chemical reactions. Far from equilibrium situation is concerned throughout. In particular, we shall give a clear answer to the current controversial problem on the limit of applicability of the Einstein formula to the concentration fluctuations.[1),3)] A slightly extended form of the usual stochastic model is needed for our purposes. Let us take an example:[1),3)]

$$A+M \overset{k_1}{\to} X+M,$$

$$2X \overset{k_2}{\to} E+D. \qquad (1)$$

Suppose that the whole space is filled up with the imaginary cubic cells each with side L. Hereafter, such a cell will be sometimes abbreviated as "the region L". Let us now express the above reactions taking place inside the i-th cell by assigning the suffix i to each component. One may view, then, that the quantities, e.g., X_i and X_j for $i \neq j$ are as if different chemical species. The number of the molecules of X_i will simply be denoted as X_i. We choose a set of variables $\{X_i\}$ as the state variables. The concentration of the other components are assumed to be constant in time and uniform in space; they form a fixed boundary condition. Then, the number of the molecules of A_i will be denoted as A and so on. Let us introduce the diffusion process which we regard as a kind of chemical reactions and express it

711

(A)

as

$$X_i \underset{z^{-1}D}{\overset{z^{-1}D}{\rightleftarrows}} X_{i+\delta}, \qquad (2)$$

where $i+\delta$ indicates one of the cells adjacent to the i-th cell; the number of these adjacent cells has been denoted as z which we have put into the definition of the kinetic constant. The repeated applications of (2) yields the diffusion to remote cells. We are considering nearly perfect chemical gases. Then, for sufficiently short time interval, the nonvanishing transition probabilities per unit time are k_1AM, $k_2X_i^2$ and $z^{-1}DX_i$ for the processes $(X_i \to X_i+1)$, $(X_i \to X_i-2)$ and $(X_i \to X_i-1,\ X_{i+\delta} \to X_{i+\delta}+1)$, respectively. From these, one may readily derive the master equation for the probability distribution $P(\{X_i\}, t)$. The method of finding the lower order moments from this type of the master equation is given in Ref. 2). Assuming that $X_s \gg 1$ and that the cumulants higher than the second are negligible, one finds at the steady state

$$X_s \equiv \langle X_i \rangle_{st} = (k_1AM/2k_2)^{1/2} \qquad (3)$$

and

$$\langle X_q X_{-q} \rangle_{st} = \frac{3X_s + k_2^{-1}D(Lq)^2}{4 + k_2^{-1}X_s^{-1}D(Lq)^2}. \qquad (Lq \ll 1) \qquad (4)$$

where X_q is a spatial Fourier component of X_i. The expression (4) shows several remarkable features of the fluctuations common to a wide class of open chemical systems, which we shall discuss below. For sufficiently large D, one has $\langle X_q X_{-q} \rangle_{st} \simeq X_s$ if q is not too small; the wavenumber-dependence of the mean square fluctuation appears only for very small q, and in this sense we have a very long-range coherence. Under the same condition, one finds $\langle (X_i - X_s)^2 \rangle_{st} \simeq X_s$ and $\langle (X_i - X_s)(X_j - X_s) \rangle_{st} \simeq 0$ $(i \neq j)$. This implies that, if the molecules diffuse sufficiently rapidly, the local

712

concentration fluctuation in the region L obeys the Einstein formula as in the thermal equilibrium:[3)]

$$P(X_i) \propto \exp\left(\frac{\delta^2 S}{2k_B}\right)$$

$$= \exp\left\{-\frac{(X_i - X_s)^2}{2X_s}\right\}, \qquad (5)$$

which is nothing but the asymptotic form $(X_i \to \infty)$ of the Poisson distribution for randomly distributed particles. We have now to examine this point in more detail. The condition under which (5) holds is roughly given by

$$D/k_2X_s \gg 1. \qquad (6)$$

The left-hand side can be interpreted as the ratio τ_r/τ_L of the two time scales characterising the reaction and the diffusion processes, respectively. Namely, τ_r is the mean free time with respect to the reactive collisions, and τ_L is the mean time during which a molecule remain within the same cell. Thus, one arrives at the following picture: If the diffusion is rapid enough for a molecule to experience a large number of cells over its lifetime τ_r, then the concentration fluctuation in each cell obeys the Einstein formula. Furthermore, the fluctuations in the different cells are nearly independent of each other; the small correlations between them are attributed to the anomalous behavior of the very long-wavelength fluctuations. Thus, the coherence length is very large, still the local fluctuations behave almost in the same way as for a perfect gas at thermal equilibrium. With the aid of our picture, the inequality (6) may also be expressed as $L \ll L'$, where L' represents the net distance covered by a molecule over the lifetime τ_r. On the other hand, one has a relation $L' \simeq l_f\sqrt{\tau_r/\tau_e}$, where l_f and τ_e are the mean free path and the mean free time, respectively, both with respect to the nonreactive (or elastic) collisions, and use is made of the generally accepted fact that $\tau_r \gg \tau_e$.[1)] Taking into account that each cell must contain a large number of molecules, the condition that the Einstein formula holds for the concentration fluctuation in the region L is finally given by

$$l_0 \ll L \ll l_f\sqrt{\frac{\tau_r}{\tau_e}}, \qquad (7)$$

where l_0 is the mean intermolecular distance. This result does not contain any parameter depending on the specific type of the chemical reactions, and hence is expected to have a wide applicability. It should be remarked, however, that (7) is the sufficient condition and not the necessary one. In fact, it can be proved that the Einstein formula is always valid in the case of unimolecular reactions. When the condition (7) is fulfilled, the dynamical behavior of the fluctuation in the region L is also dominated by the diffusion processes. The normal mode analysis[4)] around the steady state for any chemical reaction will prove this directly. Thus, the breakdown of the detailed balance[4)] in some auto-catalytic and cross-catalytic reactions will occur only in those macroscopic regions for which (7) is not fulfilled.

The author thanks Dr. H. Tomita of Kyoto University for stimulating discussion.

1) G. Nicolis and I. Prigogine, Proc. Natl. Acad. Sci. 68 (1971), 2102.
G. Nicolis, J. Stat. Phys. 6 (1972), 195.
2) Y. Kuramoto, Prog. Theor. Phys. 49 (1973), 1782.
3) P. Glansdorff and I. Prigogine, *Thermodynamics of Structure, Stability and Fluctuations* (Wiley-Interscience, New York, 1971).
4) K. Tomita and H. Tomita, Prog. Theor. Phys. 51 (1974), 1731.

スライド４

で、Prigogineが散逸構造、つまり非平衡の開放系で形作られてくる秩序構造とか、カオスも広い意味で散逸構造ですけど、そういう散逸構造概念を提唱したのが１９６６年か６７年あたりです。その翌年の１９６８年に彼は京都に来ています。それは私がＤ３の秋でした。そのとき私は彼を見かけました。京都会館で統計力学の国際会議があり、その会議の講演を私は参加料ただで全部聴いて、おまけにアルバイトをしてお金をもらったんですが、Prigogineの姿に圧倒されました。彼の英語はものすごく訛っています。フランス語を喋っているのか英語を喋っているのか分からない。でも何を喋っているのか全然分からないけど惹かれたんです。そういう雰囲気を彼は持っていました。危険でもありますけどね（笑）。それは散逸構造の概念が出た翌年なんですね。この写真は５０代半ばですかね。彼のひどい英語の発音というのは色々エピソードがあるようで。さる大学に勤務している私の知人がブリュッセルの Prigogine の研究所に１年滞在したんですが、そのとき最初にPrigogineにお目通りするため彼の部屋にノックして入ったんですね。で、Prigogineは例のごとくとうとうと熱弁をふるい始めました。私の知人は彼が何を言っているのか全然分からない。そこでPrigogineが一息ついたところでおそるおそる「私、フランス語が分からないんですけど」と言った。Prigogine がどんな顔をしたか知らないのですが（笑）、少なくともそういうことを意に介する人ではなかったと思います。

Prog. Theor. Phys. '74

Prog. Theor. Phys. Vol. 52 (1974), Oct.

Reductive Perturbation Approach to Chemical Instabilities

Yoshiki KURAMOTO and Toshio TSUZUKI[*)]

Department of Physics, Faculty of Science Kyushu University, Fukuoka 812

July 5, 1974

(B)　　1399　　1400

The description of the growth of unstable modes and the subsequent appearance of the dissipative structure in far-from-equilibrium situation would become far transparent if one could find near and above the instability threshold a highly reduced form of the original kinetic equations. In hydrodynamics, such equations have been derived by Segel[1)] and generalized later by Newell and Whitehead[2)] in order to study the post-critical Bénard convection. The method employed by them is the so-called reductive perturbation.[3)] In this approach, the existence of some small parameter is essential, and the equation for the slowly varying (in space and time) amplitude of the neutral solution is determined from the condition that the nonlinear equations can be solved iteratively. The purpose of the present note is to show that the same technics can easily be applied to the dissipative structures in chemically reacting systems. As an example, we study here Prigogine-Lefever-Nicolis model:[4)]

$$A \to X,$$
$$2X+Y \to 3X,$$
$$B+X \to Y+D,$$
$$X \to E.$$

For the sake of simplicity, we put all the rate constants equal to unity, and consider the one-dimensional medium with periodic boundary condition. When the spatial nonuniformity is taken into account, the local concentrations of X and Y obey the kinetic equations

$$\partial_t X = A + X^2 Y - BX - X + D_x \nabla_r^2 X,$$
$$\partial_t Y = BX - X^2 Y + D_y \nabla_r^2 Y,$$

where D_x and D_y are the diffusion constants and r denotes the space coordinate. These equations admit a steady state solution

$$X_s = A, \quad Y_s = B/A. \qquad (1)$$

Putting $X = X_s + x$ and $Y = Y_s + y$, one gets the perturbation equations

$$(\partial_t - B + 1 - D_x \nabla_r^2)x = A^2 y + g(x, y),$$
$$(\partial_t + A^2 - D_y \nabla_r^2)y = -Bx - g(x, y), \qquad (2)$$

where

$$g(x, y) = \frac{B}{A}x^2 + 2Axy + x^2 y.$$

The linear stability theory of this model[4)] is now summarized here. One may assume the space-time-dependence of x and y to be $\exp(\omega t + ikr)$. Then the linearization of (2) yields the dispersion equation

$$\omega^2 + \{A^2 + 1 - B + (D_x + D_y)k^2\}\omega$$
$$+ A^2(1 + D_x k^2) + (1 - B)D_y k^2 + D_x D_y k^4$$
$$= 0.$$

On increasing the value of B with a fixed value of A, one has two possibilities for the occurrence of instability:

Case I. $B_c = (1 + A\eta)^2$, where $\eta = (D_x/D_y)^{1/2}$. At $B = B_c$, the steady state (1) ceases to be stable against the spatially inhomogeneous perturbation characterized by the wavenumber $k_c = \pm(A/D)^{1/2}$, where $D = (D_x D_y)^{1/2}$; both the real and the imaginary parts of ω for $k = k_c$ vanish at this point. The new phase is of the spatially nonuniform and frozen pattern.

Case II. $B_c = 1 + A^2$. At $B = B_c$, the steady state (1) ceases to be stable against the spatially uniform but oscillatory perturbation; only the real part of ω for $k = 0$ vanishes at this point. The new phase is represented by the limit cycle in the x-y plane.

Which of these instabilities is realizable is determined by the relative magnitudes of the two critical values of B. Namely, if

$$\eta < A^{-1}\{(1 + A^2)^{1/2} - 1\}, \qquad (3)$$

one has the first type of instability, and vice versa.

The procedures below for finding the post-critical equations for slowly varying amplitudes are almost parallel to Newell and Whitehead's.[2)] Let us now start with the neutral solutions:

Case I. $x_0 = W(R, T)e^{ik_c r} + \text{c.c.}$,

$$y_0 = -A^{-1}\eta(1 + A\eta)(We^{ik_c r} + \text{c.c.}),$$

Case II. $x_0 = W(R, T)e^{iAt} + \text{c.c.}$,

$$y_0 = -\left(1 - \frac{i}{A}\right)We^{iAt} + \text{c.c.}$$

Here R and T are the scaled coordinates, which we have found it appropriate to put

$$R = \varepsilon r, \quad T = \varepsilon^2 t,$$
$$\varepsilon^2 = (B - B_c)/B_c.$$

What we have to do below is to find the equations for $W(R, T)$. Making the transformation $\partial_t \to \partial_t + \varepsilon^2 \partial_T$, $\nabla_r \to \nabla_r + \varepsilon \nabla_R$, and expanding the variables as $x = \varepsilon x_0 + \varepsilon^2 x_1 + \cdots$, $y = \varepsilon y_0 + \varepsilon^2 y_1 + \cdots$, we find from (2) the balance equation for each order in ε. The lowest order balance equations yield the neutral solution. The second order balance equations together with the neutral solution determine x_1 and y_1. The neutral solution and x_1 and y_1 thus obtained are substituted into the third order balance equations. Requiring the solvability condition, one finds finally

Case I. $$\frac{\partial W}{\partial T} = \frac{1 + A\eta}{1 - \eta^2}W + \frac{4\eta D}{(1 + A\eta)(1 - \eta^2)}$$
$$\times \nabla_R^2 W - F(A, \eta)|W|^2 W, \qquad (4)$$

where

$$F(A, \eta) = (-8 + 38A\eta + 5A^2\eta^2 - 8A^3\eta^3)/$$
$$9A^3\eta(1 - \eta^2).$$

Case II. $$\frac{\partial W}{\partial T} = \frac{1 + A^2}{2}W + (D_+ - iAD_-)$$
$$\times \nabla_R^2 W - \frac{1}{2}\left(\frac{2 + A^2}{A^2} + i\frac{4 - 7A^2 + 4A^4}{3A^3}\right)$$
$$\times |W|^2 W, \qquad (5)$$

where

$$D_\pm = \frac{1}{2}(D_x \pm D_y).$$

Several comments on the final results: Equation (4) quite resembles Newell and Whitehead's equation for the Bénard problem. The only difference is that in our case the coefficient $F(A, \eta)$ is not always positive. In fact, we find a region in η-A plane in which the inequalities (3) and $F < 0$ are simultaneously satisfied. In such region, the solution of (4) diverges as $T \to \infty$, hence the breakdown of our perturbative approach. Let us now look into (5). This equation has complex coefficients. As $T \to \infty$, W makes an undamped oscillation. This oscillation gives rise to a frequency shift of order ε^2 in the x-y orbital motion. Both the equations (4) and (5) are extended to the pre-critical case $B < B_c$, by changing the sign of the first term of the respective right-hand side. Further analysis will be reported elsewhere.

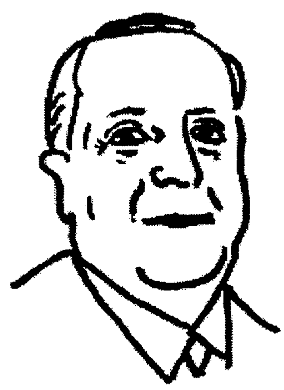
1) L. A. Segel, J. Fluid Mech. 14 (1962), 97; 21 (1965), 359.
2) A. C. Newell and J. A. Whitehead, J. Fluid Mech. 38 (1969), 279.
3) T. Taniuti and C. C. Wei, J. Phys. Soc. Japan 24 (1968), 941.
4) P. Glansdorff and I. Prigogine, *Thermodynamic Theory of Structure, Stability, and Fluctuations* (Interscience, New York, 1971), Part III.

*) Present address: Department of Physics, Faculty of Science, Tôhoku University, Sendai 980.

スライド５

先ほどの話に戻りますが、私の第一の仕事がこのPrigogineの本とどう関係があるかというと、私は彼の考えに噛みついたのです。Prigogineに噛みつくことから非線形分野での私の研究生活は始まったわけです。何に噛みついたかというと、ちょっと説明が必要です。まず、散逸構造の発生は相転移と似ていますね。私は相転移をやっていましたので、やはり相転移の考えに縛られるというか…。これは森先生から言われたことですが、「君は分野を変えてもきっと地金が出ますね。相転移をやったことの地金がいつかは出ますよ」と。まさしくその通りでした。さっき挙げた３つの論文というのは、すべて相転移の刻印を非常に深く受けています。私は、主観的には分野を捨てたつもりでも相転移に非常に強く支配されていました。さて、問題は散逸構造が発生するときの揺らぎなのですが、それは相転移の臨界揺らぎとどう違うのか。いずれにせよ揺らぎは不安定増大するはずです。そうすると、やはり臨界揺らぎの繰り込みとか、臨界現象と同じような統計力学的問題が散逸構造の発生点においてもあるのだろうか。相転移をやっていればそう考えるのが自然ですよね。それに関してPrigogineは彼の本の中で非常に奇妙な受け入れ難いことを言っている。私はそれに噛みついたのです。

Prigogineはケミストですから、彼が散逸構造というときにはケミカルな散逸構造に最も興味を持っていました。化学反応で散逸構造が出るというのは、もちろん今ではよく知られていて、当時も既に有名なBelousov-Zhabotinsky（BZ）反応系というものが知られていました。それは６８年にZhabotinskyがプラハの国際会議で講演したのを機に一気に世界に広まりました。化学反応系というものは自励発振しうる。BZ反応はその一例でもありますが、他にも、例えばブドウ糖が分解して乳酸になる解糖反応、そういう系で自励発振が起こるということがB. HessとかB. Chanceとか、そういう人たちによって盛んに研究されていました。それから、拡散に誘導された空間的不安定性という現象がありますが、A. Turingが既に１９５２年にその考えを提唱している。それは現実世界ではようやく３８年後の１９９０年になってフランスのグループが実験室で実現しました。こういうふうに、化学反応系というのはいろいろな不安定性を示します。典型的には、アクティベーター・インヒビター（活性因子・抑制因子）系というもので不安定性がしばしば説明されます。アクティベーター的な物質というのは自己触媒的に自分をどんどん増加させ、その意味で不安定なのですが、自然界というものはうまくできていて、これは化学反応系に限りませんが、そういう不安定要因があると、それはそれ自体を抑制しようとする別の要因、つまりインヒビターを生み出します。だから、活性因子が不安定増大しようとしてもそれによって抑制因子も増大して前者を抑える。両者がバランスして平衡を保っている場合もありますがバランスが崩れる場合もある。抑制の効き方が遅れると、活性因

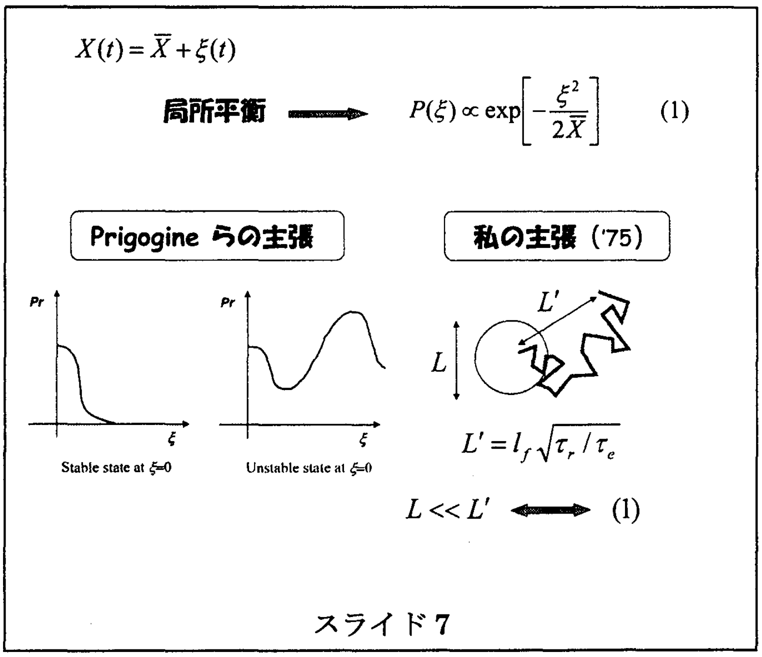


Ilya Prigogine (1917-2003)

スライド6

子が増大した後でそれが過剰に効いてしまう。すると、行き過ぎ効果で自励発振が起こる。これが化学振動のいちばん直感的な説明です。それから、拡散過程が加わると、ある場所でアクティベーターが自己触媒的に増大しようとすると、そこでインヒビターも増大して抑えにかかろうとする。しかし、インヒビターの拡散が速いとそれが周囲へすぐに逃げてしまうので抑制が効かない。するとそこではアクティベーターが不安定増大し、逆に周辺部では抑制する必要がないのにインヒビターが多いので過剰に抑制される。ということで、非一様なパターンが生じます。それがいわゆるTuring不安定性です。

そのような不安定性が起こり、散逸構造が発生するところでの揺らぎがどうなるかという話に戻りますが、まず注意すべきこととして、Prigogineの本は一貫して局所平衡の仮定に基づいて書かれています。散逸構造にもいろいろありますが、流体とか、マクロに現れるケミカルな散逸構造を考えるときには、物質は一種の局所平衡にあると仮定してよい。Prigogineはそういう範囲内で扱える散逸構造をまずやろうという、そういうはっきりした考えを打ち出しました。僕はそれには同意します。それはよろしい。流体が局所平衡にあるというのは皆さんよくご存知だと思います。例え温度勾配や速度変化があっても、ローカルに見れば分子はマクスウェリアンに速度分布している。そういう意味で局所平衡です。化学反応系の場合はどうかというと、散逸構造がマクロに現れる化学反応系というのは反応速度が遅く、時間的にもマクロです。例えば非常に希薄な溶液では、反応に関わる衝突というのはごく稀にしか起こりません。1回の反応が起こる間に、何回も何回も媒質と、例えば水溶液だと水分子と弾性衝突する。それによって速度分布はほぼ完全にMaxwell分布になります。それから、反応物質の濃度（分子数）の揺らぎを考えても、ほとんどPoisson分布で良いはずです。理想気体のある領域内の分子数の揺らぎと同じです。そうすると、揺らぎの不安定増大なんてありえないじゃないか。揺らぎの確率分布がポアッソニアンならいつも安定ではないか。だとすると、ケミカルな不安定というのは一体何なのか。それでも局所平衡の仮定の下で不安定化は実際に起るのです。濃度揺らぎはたしかに不安定化しうる。だけど揺らぎの分布はポアッソニアン。これは矛盾ではないか。その矛盾にPrigogineは悩んで何とか理屈をつけようとしています。しかし、彼の本に書かれていることははっきり言って理屈になっていない。彼はその後



スライド7

も長くその考えを変えなかったと思うのですが、戯画的に書くと彼の考えはこうなります（スライド 7)。これは彼の本から採った揺らぎに関する図です。Xというのは濃度、ある領域の反応に関わる物質の分子数です。それを平均値と揺らぎξに分けて、そのξの分布が、安定な場合には左の図のように 0 のところに最大がある。それで、彼の言うには、不安定な時にもξの揺らぎが小さい限りそれは常に安定で、ポアッソニアンだと。彼は局所平衡であるかぎり揺らぎはポアッソニアンだと信じきっていますから、局所平衡を仮定した以上、たとえ不安定点でもこれを変えるわけにはいかない。そこで、彼の主張によると、ξに大きな揺らぎがたまたま生じると1次相転移のようにポテンシャル障壁を超えて不安定増大する、というのです。そのような何とも無理なピクチャーを出している。現象は1次相転移のような不連続転移ではなく連続転移なのでこんなことは言えないはずなのに。彼の弟子も、そういう考えを押しつけられたのかどうか知らないけど、それに従った計算を具体的なケミカル・ストカスティックモデルで計算をしていて、これと整合する結果を得ましたというような論文がいくつも出ている。それを見ると、いろいろ計算間違いしています。Prigogine の考えに合わせるような計算間違いをしている。それほど Prigogine というのは偉大な指導者なのですね（笑)。

上のような解釈に対して、それは違うと私は考えました。（反応に関与しない）弾性衝突が支配的なら非常に良い近似でポアッソニアンとなる。それは正しいでしょう。ただし、次のような意味で。ある L というサイズの領域の内部の分子数の揺らぎを考えましょう。すると、先ほど言ったように、反応に関わる分子というのはその衝突のほとんどが弾性衝突です。つまり弾性衝突を繰り返すことでランダムウォークをしながら何百回、何千回という衝突の後にはじめてリアクションが起こる。ある場所でリアクションが起こり、また別の場所でリアクションが起こる、その二つのリアクションの間に分子が動いた実質的な距離をL'としましょう。考えている領域のサイズLがL'に比べてずっと小さいなら、その領域の内部の揺らぎはほぼポアッソニアンだが、そうでなければポアッソニアンからずれるだろう、と私は主張し、じっさいそのような結果を導きました。領域のサイズをL'より大きくしていけば揺らぎの分布はたしかにポアッソニアンからずれてゆく。しかし、分散は$1/N$なので揺らぎはますます小さくなる。そして臨界点では、L'を限りなく大きくするとき、すなわちNを無限大に持っていくとき、$1/N$の係数は原理的には発散するでしょう。だから、マクロなサイズL'の十分内部の揺らぎを見るかぎりほとんどポアッソニアンです。そういう世界はマクロに不安定が起こっていることを全然知らない世界、熱平衡となんら変わりない世界です。そのようなマクロな領域（セル）間には相関もほとんどない、だから、臨界揺らぎとは全く違って揺らぎがミクロから発達するのではない。したがって、繰り込みなどを考える必要は一切ない。そういうのが散逸構造が発生するときの揺らぎなので、要するにこの場合臨界揺らぎは統計力学の深刻な問題にはならず、原理的には臨界異常性はあるけれどもそこに難しい問題は何もない。それが私の結論です。これは、私のほうがきっと正しく勝負あったと思います。だけど Prigogine は知ってか知らずか意見を変え

ない。頑固ですね。彼は７７年にノーベル賞をもらいました。ノーベル講演でも間違ったことを堂々と述べています（笑）。で、こういうわけで…、こんな調子で話していたら時間が足りませんね…。ともかく私は今からは揺らぎなしで行こうと決めました。その後もつまらない揺らぎの論文を２，３書いていますが、だんだん離れていきました。ただ、最近、局所平衡からの微小なずれを積極的にとりあげて、そこを問題にしようとしている人々がいます。歴史はらせん状に発展して行きますから、そういう問題を現時点で取り上げるのはもちろん結構なことで、しかるべき理由があるのでしょう。ですが、あの時点では揺らぎと訣別したのは正しい選択だったと僕は思います。

だけど、揺らぎのない世界というものは非常に殺風景な世界にも見えました。揺らぎの豊かな世界を捨てるというのはかなり苦痛でした。その頃、つまり１９７４年頃というのは、日本でも非線形非平衡の統計力学を盛り立てていこうという機運がようやく盛り上がってきたときでした。森肇先生や松原武生先生が音頭を取られて、基研で研究会が持たれていたのが１９７４年頃からです。それはどういうモティベーションかというと、日本にはご存知のように統計力学の輝かしい伝統があります。久保の線形応答理論に松原 Green 関数、森の一般化 Brown 運動、そういう世界に誇る業績がある。非平衡の分野では、平衡に近い線形な領域に関するかぎりほぼ理論は確立している。これは日本の貢献が非常に大きい。で、非線形の分野でも日本から新しいものを出そうではないか。そういう機運がその頃あった。しかし、そういう発想には問題もあります。つまり、線形対非線形、線形統計力学対非線形統計力学。そういう図式はある意味で思考を拘束します。そういう図式から見ると、揺らぎを全く無視した決定論的アプローチなど問題外です。だから、私は絶対的な少数派にならざるを得ない。もちろん、実際にはそんなにいじめられたわけではなく、批判する人はいましたが好意的な面もありました。だけど、少なくとも最初は圧倒的な少数派であったし、何かしら好奇の目で見られていた。その頃のことでちょっと記憶に残っているのですが、研究会か学会の帰りだったか、居酒屋で川崎恭治さんと話していて、「蔵本さんの仕事はえらく派手ですね」といわれたことがあります。地味ですねと言われてもいい気はしないかも知れないですけど、派手ですねといわれてもそんなに面白くない（笑）。「派手なだけですか」と聞きたかったのですが、相手は大先輩ですから差し控えました。じっさい、決定論的な世界というのは、例えば Prigogine たちがよく使ったブラッセレーターという微分方程

決定論で行こう、しかし....

たとえば

Prigogine-Lefever model ('68, Brusselator)

$$A \to X$$
$$2X + Y \to 3X$$
$$B + X \to Y + D$$
$$X \to E$$

J.Tysonによる命名

力学モデル：

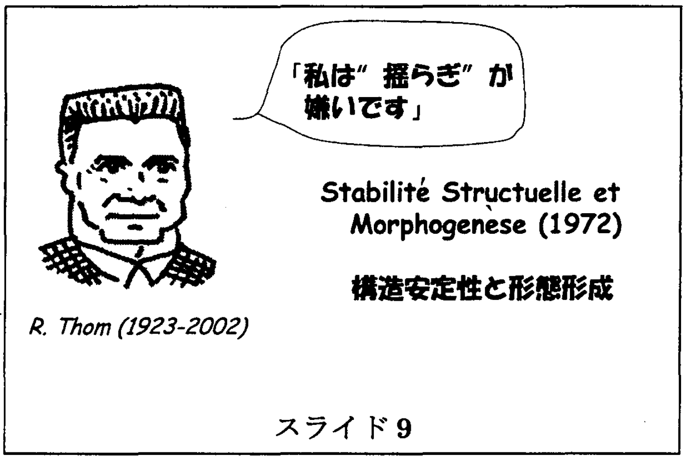
$$\dot{X} = A - (B+1)X + X^2Y + D_X \nabla^2 X,$$
$$\dot{Y} = BX - X^2Y + D_Y \nabla^2 Y$$

"物理"はどこに？

スライド８

式モデルのように数学的な世界です（スライド 8)。因みに、ブラッセレーターという名前は J. Tyson が命名したのですが、これは、Prigogine と Lefever が６８年に提案した仮想的な化学反応のモデルです。その力学モデルを拡散という線形結合で互いに結合して得られる反応拡散モデルを、ブリュッセルのグループが寄ってたかって解析しました。しかし、Prigogine があれほど熱いメッセージで、新しい物理、自己組織化する世界と言ったのが、こんな偏微分方程式の解の問題になってしまうのか。でも決定論だとそれしかないわけですね。それは何だか寂しい。どこに物理があるのか。エネルギーもエントロピーも出てこないではないか。僕は相当に悩みました。やはり揺らぎの世界に戻ろうかな、やっぱり良かったなと（笑)。だけど、そこで僕の背中を押してくれたのは他でもない森先生でした。「決定論的なアプローチというのは一種の新しい熱力学だ。君はその方向で進んでいいよ」とおっしゃった。これは非常に大きかった。

それと、もうひとつ私がこの方向で行こうと決心した要因に、当時大ブームになった R. Thom のカタストロフィー理論があります（スライド 9, 講演では顔写真を示したが、この講義録では守田智氏による似顔絵で置き換え)。Thom のカタストロフィー理論は非常に数学的で、私はその内容を理解しているわけではありませんが、その自然観、哲学、物の見方に非常にインパクトを受けました。これは昨今のいわゆる複雑系か、あるいはそれ以上のブームだったと思うのですが、週刊文春だか新潮だか忘れましたが、カタストロフィーが週刊誌の記事にもなった。そういうブームにあやかって啓蒙書を書きまくった人もいるわけですが、私の親戚のおばあさんまでがそういう啓蒙書を抱えてきて、「あなた物理だから分かるんでしょ。ここ教えて」なんて。もちろんそういうことに激励されたというわけではないのですが（笑)。Thom の理論というのは、物理的な言葉で言うと、ポテンシャルを持った散逸力学系、つまりグラディエント力学系の分岐理論です。その解の振る舞いがパラメータを変えていくとあるところで定性的に非常に変化する。そういうのをカタストロフィーと呼ぶ。Thom は、パラメータがひとつの場合だけでなく最大４つまで、つまり余次元４までの分岐についてカタストロフィータイプの分類をやった。ここに揺らぎはいっさいありません。Thom によれば複雑な世界を記述するのは本質的に決定論であるというわけです。ひとつ注意したい点なのですが、当時「カタストロフィー理論の応用、応用」と叫んだ一部の専門家がいました。だけど、こういうポテンシャルシステムなんてまるで現実的ではないし、応用にはなりません。応用、応用と叫ぶのは間違っていて、むしろ重要なのはその思想、自然の見方です。「連続なものは同じものだと見よう。不連続点

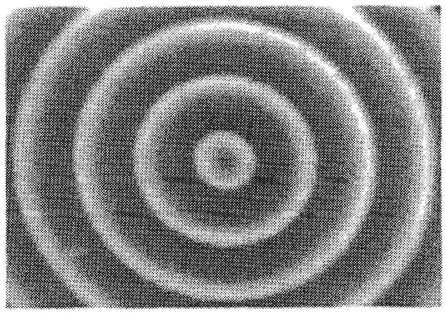


スライド 9

という節目のみに着目して行こう。そうしないと複雑な自然なんて理解できませんよ。そのための記述の言語をまず開発しましょう」というのが Thom のメッセージです。決定論的な散逸力学系で行こうという強力なメッセージがここにあった。私はそこに惹かれました。カタストロフィー理論では構造安定性という概念が強調されます。相転移で言えば、ひとつの相、液相とか気相、そういうひとつの相がひとつの構造安定相を代表します。構造安定性が失われるカタストロフィーポイントはその場合相転移点です。同じ相はともかく同一のものと見なそうという大づかみな見方を私はここで教えられました。今では特に珍しくない見方ですが、当時は新鮮で私を大いに刺激しました。

というわけで、私は何とか決定論的アプローチで行こうと決心がついたのですが、でもそこで与えられたものはこんなもの（スライド８，ブラッセレーターの方程式）しかありません。これで一体何をやればよいのか。当時私の興味を引いた具体的な現象の一つはここに示すものです（スライド１０，講演では A. T. Winfree, Scientific American 230, p.82 の写真を引用したが、この講義録では北畑裕之氏による実験の写真で置き換え）。つまりＢＺ反応系のターゲットパターン。これには非常に惹かれました。当時九大の清水博先生の研究室に出入りしていまして、そこで見せてもらったのがこの現象ですが、何十分という時間スケールで、同心円状のパターンがじわじわと発展してゆく。そういう一種の散逸構造です。これは一体なんだ。最初にいくつかスポットができて、そこから同心円パターンが広がり、一つの同心円パターンが他を食っていって、最後は一つのパターンが支配する。こういうのは、一体どうやって理論的に理解できるのか。今どきこういうものを見せられても珍しくも何ともありませんが、当時は本当に驚きました。これは自励振動の反応拡散系ですから、ブラッセレーターのようなモデルからきっとこういうパターンが説明できるに違いないと思いました。でも、どうやってあの方程式からこんなパターンが出せるのか。非常に距離が遠いと思いました。決定論的アプローチで行こうという決心はついたけど、さてどうしようか。

発達した標的パターン



スライド１０

で、縮約理論に入るのですが、これはやっぱり方程式を単純化しないと扱えないだろうと思いました。相転移をやっていましたから、臨界点の近傍で物事が単純化されることは知っていました（スライド１１）。相転移では複雑な事情がありますが、臨界点の近くでは実効的な自由度が劇的に減るという事実があります。それで、一番単純な場合には、こういう Landau 型の３次の非線形性をもつ方程式がいろいろな場面に出てきます。これについては既に Haken-Sauermann のレーザー関連の論文が６３年に載っていますし、流体の方でも Landau が既に１９４４年に現象論的に同様の方程式を導いています。それを理論的にきちんと裏付けたのは J. Stuart です。しかしこれらは常微分方

程式ですからさっきの波動パターンなどはもちろん説明できない。だけど、超伝導とかあるいは他の相転移を示す系で Time-Dependent Ginzburg-Landau(TDGL)方程式というものを私も知っていました。それは、自由エネルギーにしたがって熱力学的に駆動された散逸的なダイナミクスに従うオーダーパラメータの発展方程式で、空間自由度を含んだ偏微分方程式です。この TDGL 方程式と類似の偏微分方程式が非平衡系でもすでに導かれているということをその頃知りました。それは、６９年の A. Newell と J. Whitehead の方程式で、平面 Poiseuille 流では K. Stewartson と J. Stuart が類似の方程式を出しています。Newell と Whitehead の方程式は熱対流系に対するもので、速度場の振幅に対する３次の非線形を持つ偏微分方程式で、TDGL 方程式と同様な形を持つものです。これを読んだとき、私はごく自然に受け入れることができました。相転移の経験がありましたし Haken のレーザー理論もある程度知っていましたから。では、ケミカルな散逸構造もこれでやれるのではないか、ということで具体的なモデルとして先ほどのブラッセレーターを Newell と Whitehead の手法に従って計算してみると、振動型の不安定、つまり Hopf 分岐の場合には、複素 Ginzburg-Landau 方程式（複素 GL 方程式）と現在呼ばれている、そういう方程式が導かれることが分かりました。その報告が、論文(B)です。これは都築先生と書きました。都築先生はこのような導出の手法を reductive perturbation と呼ぶことを提案されましたが、正直なところ私はあまり賛成ではありませんでした。reductive perturbation というのは、もともとソリトンの方程式を導くために名古屋大学の谷内先生らが名づけたものです。その場合の縮約とは考え方がかなり違うので僕は反対だったですが。まあ便利な名称ですので良いですけど。

臨界点近傍での記述の単純化

$\dot{A} = \varepsilon A - A^3$ **型方程式.** **レーザー**：Haken,...

流体：Landau, Stuart,...

$$\dot{A}(\mathbf{r},t) = -L\frac{\delta F}{\delta A} \quad \text{(TDGL)}$$

Newell-Whitehead (1969):

$$\dot{W} = \lambda W + D\left(\partial_x - i(2k_c)^{-1}\partial_y^2\right)^2 W - g|W|^2 W$$

Kuramoto-Tsuzuki (1974):

Brusselator $\Longrightarrow$ $$\dot{W} = \frac{1+a^2}{2}W + (D_+ - D_-)\nabla^2 W - \frac{1}{2}\left(\frac{2+a^2}{a^2} + i\frac{4-7a^2+4a^4}{3a^2}\right)|W|^2 W$$

複素Ginzburg-Landau方程式

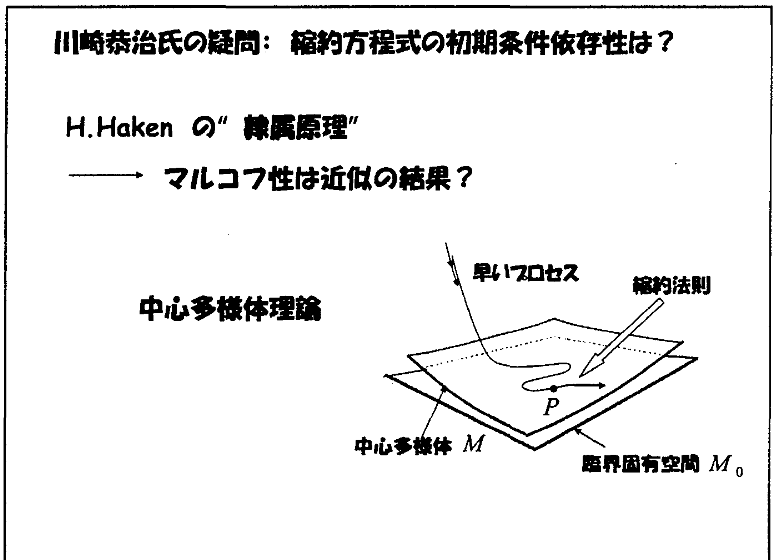
スライド１１

　このときの私の考えとしては、パターンを理論的に説明するためには具体的なモデルをともかく「簡単化」する必要があるということでした。だけど、非常に重要なことだと思うのですが、縮約というものは、一般にひとつのモデルに限定を加えて簡単化すると同時に一般化することでもある。つまり、縮約方程式の形というのは非常にユニバーサルなのです。複素 Ginzburg-Landau 方程式をさらにスケールし直すと２つの独立なパラメータしか残りません。ブラッセレータだけでなくありとあらゆる具体的なモデルに対して、振動型の臨界点の近くではすべてこの形になるということで、縮約というのは特殊化すると同

時に一般化する、その後のほうの点が実は非常に重要なのです。しかし、あの時点では状況を限定して簡単化するということが主に念頭にありました。この短い論文を最初 Physics Letters に投稿したら却下されました。どうして却下されたかというと、題名が悪かった。「Reductive perturbation approach to chemical instability」の chemical がどうも気に入られなかったらしい。「"Chemical" instability は"Physics" Letters には向きません」とコメントがあり（笑)、編集長の ter Haar からその旨の手紙をもらいました。それで、今度は Progress of Theoretical Physics に投稿しました。そこは非常に寛大で、すぐにアクセプトしてくれました。だから、プログレスというのはその時以来私の命の恩人です（笑)。反応拡散系でこういう方程式を初めて導いたのはこの仕事が初めてなのですが、名前としては複素 GL 方程式で通っています。どうして蔵本・都築方程式にならないのかという人もいますが、まあ名前は何でも良いのですけれど、面白いことにロシアの人はしばしば蔵本・都築方程式と呼んだりするのです。せっかくこちらが Ginzburg とか Landau とか相手方の名前で呼んでいるのに（笑)。要するに方程式の名前というのはいい加減なものです。

分岐点に着目して散逸構造に迫ろうというアイデアはもちろん我々だけのものではなくて、同じ頃ブリュッセルの Prigogine グループが猛烈な勢いで仕事をやっていました。ところが彼らのやり方では駄目なんですね。どう駄目かというと、分岐点の近くで方程式の“解”を摂動的に求めようとしていたことです。我々のやり方は方程式を丸ごと圧縮する、つまり解のジェネレーターを圧縮するアプローチです。こちらでなければ本当は駄目なんです。境界条件や色々な空間的な条件のもとに特解を摂動的に求めるという、そういう意味の分岐理論は、例えば Euler のバックリング（座屈）の理論に始まり、非線形固有値問題という名称とともに手法としては昔からよく知られています。ブリュッセルのグループが、そういうずっと引き継がれてきた手法を使って、ブラッセレーターや別のモデルなどで手分けして猛烈に解析してどんどん論文を送ってくる。量には圧倒されましたが質には圧倒されませんでしたね。実際、与えられた発展方程式にどんな解があるかは前もって分からない。数値解析からはカオスの解もあるわけで、そんなものが摂動的に構成できるわけがない。やはり発展方程式を丸ごと、つまり解ではなく解の時間微分、あるいは力学系の言葉で言うとベクトル場というものに対して摂動論を使うべきで、これは決定的な違いです。当時はそういうことをあまりはっきり意識していなかったのですがその後だんだん分かってきました。丸ごと圧縮するわけですからその理論的な基礎は本当はすごく難しいはずです。特定の解に関する摂動論、これには理論的な基礎がある。どういう解があるのか分からないような発展方程式の縮約というのを数学的に基礎づけるのは実は大変です。だけど、そんな理論的基礎なんてものをあまり気にしないで、物理的にまずまず納得できる範囲内でばく進してゆくというのが良い物理をやるひとつのコツだと思います。

そのようなタイプの一流の物理学者として川崎恭治さんがおられますが、その川崎さんが先ほどの複素 GL 方程式の理論的基礎に疑義をはさんでこられたので驚きました。それは７４，５年の頃だと思いますが、その理論的基礎は何かと問われた。最近川崎さんに会う機会がありましたが、あの時のことを覚えていますかと聞きましたところ、「忘れた」と申されました（笑)。どういう疑問だったのかというと、この縮約方程式の形はなぜもとの系の初期条件に依存しないかという疑問でした。初期条件には色々バラエティがあるのに、自由度が消去された後にそれがなぜ同じ方程式で記述されるのか。のどに刺さったとげのように、私はこの疑問になかなか答えられませんでした。それは言い換えれば、どうして縮約方程式が Markov 型になるのか、非 Markov 型のメモリー効果を持つ方程式にならないのか、という疑問でした。やがてそれは以下のようなことだと分かってきました（スライド１２)。まず、これと同じ方程式は１年後に Haken たちも導いているのですが、そこでのやり方はモードカップリング的な断熱消去の考え方です。速いモードを断熱的に消去するということです。そういう、自由度を断熱消去するという考え方だと、分岐点からの距離（それを ε とします）が無限小の時にのみ方程式が Markov 的となって、ε が有限だと非断熱効果によってメモリー効果が出てくる。これはおかしいのではないか、そういう考え方はたぶん間違っていて、ε が有限でも厳密に Markov 的な、初期条件依存性を持たない方程式というのは意味を持つのではないか、と考えるようになりました。それは中心多様体理論というものが数学の分野にあることを知ってからです。数学では有限次元の理論しかきちんとしたものはありませんが、その理論はどういうものかというと、たとえば Hopf 分岐、すなわち自励振動が発生する点を考えると、このような２次元の臨界固有空間がありますね。それは線形化された力学系の一種の不変多様体で、その上の点から出発するとそこにとどまるという意味で“不変”です。その不変多様体が、非線形性や臨界点からの少しのずれとか、そういう弱い摂動によってちょっとゆがめられる。そのような変形した不変多様体を摂動論的に構成し、その上でのベクトル場の標準形を求めるというのが中心多様体理論です。ここでは詳しく申しませんが、空間的に十分広がった反応拡散系のような無限自由度の場合も、理屈としてはこれに従ってやれるということが分かってきた。中心多様体理論の見方から言うと、縮約方程式にメモリー効果がないということは、初期条件をこ



スライド１２

の不変多様体上に選んでいるということです。一般の初期条件から出発すると、急速にこの多様体に接近してすみやかにその上を運動するようになります。したがって、初期時刻において系がすでにこの多様体に乗っていると仮定することは物理的にも十分意味があります。その場合の発展方程式、それがTDGLタイプの方程式であるということが分かってきました。

そういうことで、この種の縮約方程式を用いれば念願のターゲットパターンの説明ができるのではないかと思いました。ところが話はそう簡単ではない。複素GL方程式からあのターゲットパターンを説明するにはまだまだ距離がある。それで悩んでおりましたところ、７３年のOrtoleva-Rossの論文が目にとまりました（スライド１３)。この仕事は、自励振動系のいわゆる位相ダイナミクスのはしりと言ってよいと思います。ここでも振動反応拡散系を扱っています。そこでは当然、空間的に一様なリミットサイクル解が存在しますが、その解に含まれる量ωtを位相変数ϕに置き換え、ϕが時間だけでなく空間依存性ももつように空間一様解を拡張しようという、そういうアイデアです。位相だけでダイナミクスを記述し、振幅の変化は無視する。つまり振動はどこでもフルの振幅で行われている、というピクチャーです。空間的に緩やかなパターンですとじっさい空間の各点で振幅はほとんど空間的に一様な場合のリミットサイクル振動で表されます。この点こそ軌道安定性をもつリミットサイクル振動（つまり散逸系の非線形振動）とそのような漸近安定性をもたない保存系の非線形振動との違いです。著者の一人J. Rossは後年はアメリカ物理学会の大ボスとなりますが、当時は５０代か、４０代の終わり頃だったでしょうか。P. Ortolevaという人はより数学がかった人のようで、この論文はかなり読みにくい、数学っぽい論文です。いろいろと難しそうな計算をしているが、導き出したのは結局のところϕに対する単純な拡散方程式です。僕はこの頃誤解していたのですが、ターゲットパターンというのは不安定性から出る波だと思っていました。そうでないことは後に分かってきました。実際には、OrtolevaとRossが仮定しているように、ターゲットパターンは周波数の空間的不均一性によるものです。何か不純物のようなものが媒質の中にあって、そこの周波数が媒質より少し高くなっている。そこが一種のペースメーカになって媒質をその周波数に引き込み、そこからターゲットパターンが成長してくる。そ

標的パターンはいかに説明されるか？

P.Ortoleva and J.Ross (1973)

自励振動場における"位相記述"の初の試み（失敗に終わる）

$$\dot{\mathbf{X}} = \mathbf{F}(\mathbf{X}) + \mathbf{D}\nabla^2\mathbf{X}$$

$$\mathbf{X}(\mathbf{r},t) \approx \mathbf{X}_0(\phi(\mathbf{r},t)),\quad \mathbf{X}_0(y+2\pi) = \mathbf{X}_0(y)$$

$$\partial_t\phi = \omega(\mathbf{r}) + \nu\nabla^2\phi$$ **（局在不均一性の効果を含む）**

一方、複素GLの縮約から $\partial_t\phi = \omega(\mathbf{r}) + \nu\nabla^2\phi + \mu(\nabla\phi)^2$

非線形変換 $\phi = \mu^{-1}\nu\ln Q$ **により**

$$\dot{Q} = \nu\left(\nabla^2 - U(\mathbf{r})\right)Q,\quad U(\mathbf{r}) = -\mu\nu^{-2}\omega(\mathbf{r})$$

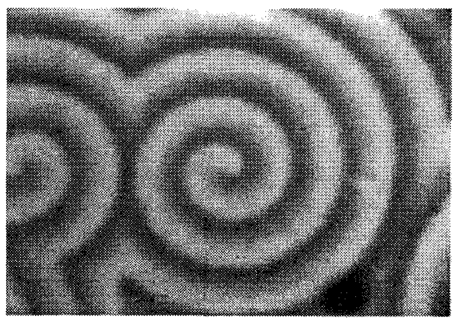
基底状態の波動関数 $\Longleftrightarrow$ 標的パターン

スライド１３

れが本当の原因です。私はそこを誤解していて、Turing 不安定性の考えが頭にあったのですが、こういう空間的な不均一なパターンは一様な状態の不安定性から出るのだと思っていた。彼らは、不均一性$\omega(\mathbf{r})$、つまり局在化した周波数の分布ですが、これを仮定してターゲットパターンを説明しようとした。それは良かったけれども結局のところ失敗で、こんな位相拡散方程式からターゲットパターンが出るわけはない。どこで失敗したのかというと、彼らは誤った摂動論をやっていて、重要な非線形項 $\mu(\nabla\phi)^2$ を落としてしまったのです。位相ϕで摂動展開しているからなのですが、位相なんて物理的に考えれば摂動展開できる微小量にはなりえない。このふたつの項、つまり拡散項$\nu\nabla^2\phi$と非線形項$\mu(\nabla\phi)^2$はどちらも同じオーダーで、∇自身を形式的に微小パラメータとみなせば同等に重要な項です。非線形項は非常に重要で、位相勾配があると周波数が変わるという効果を表しています。つまり、自励発振場というのは、位相勾配を作って波を生成することで自分の周波数を自由にコントロールできるというフレキシビリティを持つ。だから、波を作ることで外部の周波数に同期でき、生体をはじめ色々な場面に現れるのだと思います。この非常に重要な項を入れると、幸いなことにHopf-Cole 変換と呼ばれるものと本質的に同じ非線形変換（対数変換）によって線形方程式に帰着します。つまり、Schrödinger 方程式と同様な、ポテンシャル問題に帰着する。不均一性 $\omega(\mathbf{r})$ の強度に比例したポテンシャルの谷ができるのです。Schrödinger 方程式とどこか違うかというと、時間の実と虚が逆になっている。ともかくこのような方程式は難なく解析できます。結局のところ、位相パターンに対しては波動関数の言葉で言えば基底状態の寄与が支配的であることが分かりました。エネルギーの一番低い成分が時間とともに指数関数的に一番速く増大する。もとの位相に直すには波動関数の振幅の対数をとります。そういうロジックで先ほどお見せしたようなターゲットパターンの性質はほとんど全部説明できることが分かりました。

それから、この当時最初は知らなかったのですが、BZ 反応系にはもう一つ重要な波動パターンとして回転するスパイラルパターンというものがあります（スライド１４,　講演ではA. T. Winfree, Scientific American 230, p.82 の写真を引用したが、この講義録では北畑裕之氏による実験の写真で置き換え）。これをどうやって説明すればよいのかというのが次に問題になりましたが、こんどは位相記述では駄目です。渦のように中心では振幅が 0 になっていてそこでは位相が定義できない、つまり位相特異点になっているからです。ですから、振幅の変化を無視するようなアプローチは破綻します。そこで、振幅自由度をもった複素GLそのものからこういう回転らせん波を出さなければならない。これについては、私の強力な相棒であり京大の同期生である山田知司さんが、先ほど述べた非線形変換と類似の、ただし振幅

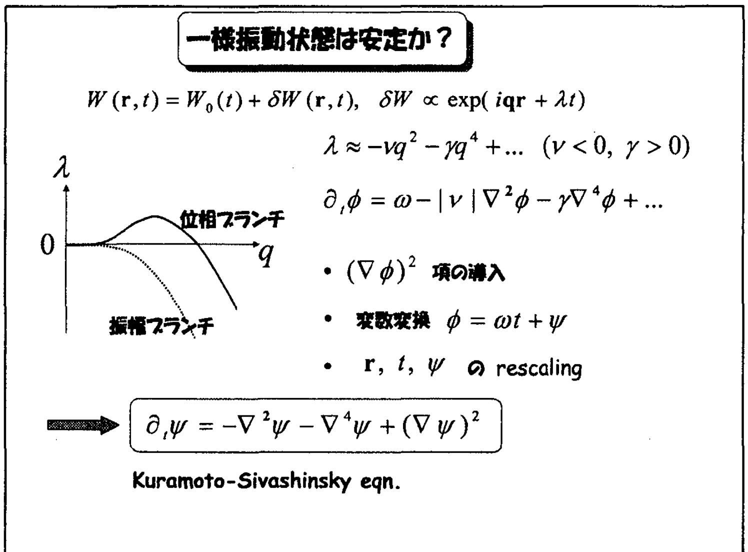
発達したスパイラルパターン



スライド１４

を含むような形にそれを巧妙に一般化したものを用いて、やはりポテンシャル問題に帰着させました。ただし、この場合は線形問題ではなく非線形問題で、ポテンシャル自身が状態に依存する非線形固有値問題となります。そういう形で定式化し、その式を数値解析してここにお見せするような単一のスパイラルパターンを首尾よく出すことができました。これは、二人の共著になっていますが、ほとんど山田さんがやったものです。同じ仕事は、同種の方程式についてP. Haganという人が２年後にSIAM(アメリカの応用数学系の雑誌)に非常に詳しい論文を出します。そちらの方が９割方引用されて我々の論文は多分短すぎたこともあってかほとんど無視されています。私はべつだん構いませんけれど山田さんにはちょっと気の毒なことです。まあ彼は清廉潔白な男ですからそういうのは意に介しないと思いますが。

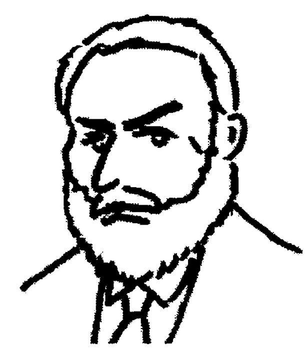
こうして、パターンに関しては何とか我々の当初の目的は達成されたといえます。しかし、それは私の仕事の中では最も重要というわけでは必ずしもなくて、むしろその副産物として非常に重要なことが浮かび上がった。それはラッキーな誤解によるものだったのですが。先ほど言ったように、私はターゲットパターンというものは振動場の不安定性によるものだと誤解していました。だったら、振動場というものは実際に不安定になるものなのだろうか。不安定になるとしたらどういう条件でなるのか、また不安定になった後は何が起こるのか、ということが問題になります。そこで、一様振動解の安定性解析をやってみました。すると確かに不安定になりうる。具体的にはブラッセレーターを縮約した方程式でやったのですが、もとのブラッセレータでもやはりそういう不安的条件をみたすパラメタ領域がある。では、そこで一体何が起こるのか、ということを追求し始めました。具体的には、これを先ほどの位相縮約の方法に従って、不安定性が弱く、したがって振幅がほとんど無視できる場合について縮約を実行しました（スライド１５）。これが我々のやったことです。つまり、複素GLという縮約方程式の更なる（位相）縮約です。もとの複素GLで一様振動の安定性を調べてみると、そのまわりの固有値スペクトルはこのように振幅分枝と位相分枝からなることがわかります。振幅の揺らぎは常に減衰しますが、位相分枝は長波長領域で不安定になることがあります。不安定性が弱いと長波長モードだけが励起されますから、系の空間変化は緩やかで、したがって振幅はほぼもとのリミットサイクル軌道で近似してよく、位相だけでダイナミ



スライド１５

クスを記述できることになります。この固有値の表式（長波長展開）における q^2, q^4 に対応して、位相ϕに対する縮約方程式には２次、４次の空間微分の項が現れます。それと、先ほど言った非線形項を含めて、ここに示すような、現在では蔵本－Sivashinsky 方程式と呼ばれるものが導出されました。この方程式の解の振る舞いがどういうものか最初はさっぱり分かりませんでした。「こんな方程式が出ました」と都築先生のところに持っていったら、彼も首をひねって、「turbulence かな」と言われました。すごい眼力だと思います。その後、セミナーでこれを話したところ批判した人がいました。今は非常に有名になっている人で、お名前は申し上げませんが（笑)、「これは無意味な方程式である。ネガティブな拡散は非物理的だ」と言われました。当時計算機シミュレーションというのは今のようには手軽にやれなかった。だけどそこまで言われてはやってみるしかないということで、強力な相棒の山田さんと…、彼のほうが数値計算に強かったのですが、シミュレーションしてみました。彼はデータを抱えて部屋に入ってきて、「まさにこれは乱流だね」と言ったのをよく覚えています。そういうことで、今は phase turbulence（位相乱流）という概念が確立していますが、この時点でそういうものがあるということがはじめて分かったわけです。

ターゲットパターンやスパイラルパターンを理論的に説明し、位相乱流の基礎方程式を導いたあと、私は７７年から７８年までの１年間ドイツの Haken 教授の研究所に滞在しました。このようにすでにいくつかの成果を挙げていましたから大威張りでドイツに乗り込んだかというと決してそうではなく、実はすぐに述べるように非常な弱みがありました。ところで Haken という人はこういう人です（スライド１６，講演では顔写真を示したが、この講義録では守田智氏の似顔絵で置き換え)。ちょっとこのとき気分でも悪かったのかこわい顔ですが、ふだんはもっとやさしいです。で、私のどこに弱みがあったのかというと、自分がやっているのは架空の世界のことなのではないか、という疑念。確かに似たようなパターンは BZ 反応にもありますが、BZ 反応の振動なんてさきほどの複素 GL 方程式で出てくるような、あんな滑らかな振動ではない。ものすごく歪んだ弛緩振動のきわみみたいなもので、振動というよりはスイッチングの繰り返し、砂時計のイメージです。あるプロセスがずっと単調に進行して、突如スイッチングが起こり別のプロセスが発動する。そしてまたスイッチングが起こって、元のステージに戻る。そういうふうな振動ですから、そこで起こる波の性質はさっき述べたような位相波とは全然違う。いわゆるトリガー波として知られているものです。また、場合によっては発振が止まって、興奮性の媒質となることもある。我々がやっているのはそういう現実の世界のことではなくて架空の世界のことではないかという弱みが常に心にひっかかっていました。turbulence などというものも BZ 反応では見つかってない。その頃確立されていた振動化学反応系は BZ 反応しかないわけです。その後２０年くらいか



スライド１６

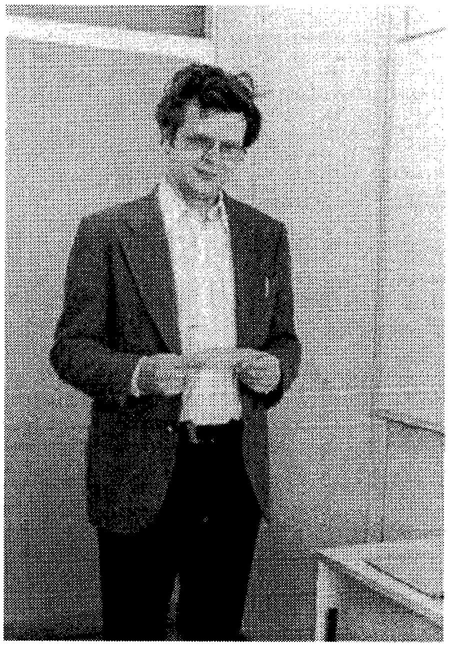
かりましたが、今では位相波的なターゲットパターンとか回転スパイラル波、それに位相乱流的な化学乱流もすべて実験的に見つかっています。が、その当時はBZ反応以外何もなかった。その弱みはまさにドイツに行って突かれました。ドイツに渡って1ヶ月後くらいでしか、エルマウ城でHakenが主催したシナジェティクスの会議に4、5日泊り込みで参加し、これまでの成果を下手な英語で講演したのですが、その時さきほどの話に出てきたJ. Rossが私に噛みついたんですね。「お前のやっていることは、実際のBZ反応の波とは全然違う」と。でも変ですよね。その人は位相波理論で失敗しているわけです（笑）。でも僕はその時はまだ若くてですね、返答できず、こてんぱんにやられて意気消沈しました。まあ今だったら、Rossこそ位相波理論で失敗したくせに、「やっかみか、よく言うよ」と言いたいところですが。でもそれ英語で何て言うんでしょうね（笑）。

そういうことはあったのですが、Hakenさんは非常に温かい人で、意気消沈した私を元気づけてくれました。ところが、私はドイツでは虚脱状態で、（またも虚脱状態なんですが（笑））、論文をほとんど書いてない。それに先立つ2年間、ものすごく働いたのでちょっと一服したいなと思い、ヨーロッパを旅行ばかりしていました。でも、日独間の往復旅費も滞在費も全部向こうからもらっているのに何もしないので、Hakenさんがずいぶん心配してくれて、論文のひとつも書かせようとしたのでしょうか。あるとき私を部屋に呼んで、こういうのをやってはどうですか、と言ってくれました。それはどういうテーマかというと、例の私のさっきの（KS）方程式をフーリエ変換して、有限モードでトランケートして、低次元のカオスが出るのではないかというものでした。Lorenzモデルの二番煎じ三番煎じで、僕は全く興味を示しませんでした。今から考えるとずいぶんわがままだったのですね。Hakenさんはあきらめたのでしょう。それからは何も言われませんでした。

シュツットガルトで私が一番大きい経験をさせてもらったのは、Otto Rösslerと会ったことだったと思います。これは、その当時私のいたオフィスで撮ったRösslerのスナップです（スライド17）。彼は当時もうカオス理論のスターで、飛ぶ鳥をも射落とす勢いでした。いわゆるRösslerモデルを出した直後でしたが、Rösslerモデルというのは、Lorenzモデルと同様にカオスをやっている人なら誰でも知っている非常に有名なモデルです。すばらしく才能のある人で、彼の父はヘブライ語学者、彼自身も宗教、哲学、美術、芸術、そういうことに非常に博学でした。この人はシュツットガルトに近いチュービンゲンから毎週Hakenのセミナーに来ていて、私と毎回昼飯に長時間つきあってカオスのことを熱っぽく議論しました。議論したというか、私はまだカオスのことをほとんど知らなかったので一方的に教えられたのです。初期の頃、カオスについて教わったのはほとんどこの人からで、毎週毎週、学生食堂に何時間も入り浸り、カオスのことを熱っぽく語りました。

それが77年のことで、78年に日本に帰ってみると、日本はもうカオス一色でした。昨日まで統計力学、統計力学、ゆらぎ、ゆらぎ、と言っていた人たちが、それをけろっと忘れたかのようになだれをうってカオス、カオスと…。カオスでなければ人であらずというようなありさまで。私の恩師の富田先生もその頃カオスに行ってしまわれ（笑）、森先生

も後にカオスに関心を移されました。その年、非線形非平衡統計力学の王子セミナーが京都で開かれ、そこでは大半の講演がカオス関係でした。ところが、私はRösslerからこれだけカオスを教えられたのになびかなった。というか、なびけなかった。カオスに非常にあこがれたのは事実です。Rösslerの講演を聞くと、これこそが新しい科学だと思わせるものがあり、それに比べて自分のやっていることはなんてみすぼらしいんだと暗澹とした気持ちになったこともありました。だから、カオスには非常に誘惑されましたが、どうしてもカオスに本格的に入っていけなかった。その理由は、こう言えるでしょうか。ここで言っているカオスは低次元・少数自由度カオスなのですが、私はどうしても空間というものがないとものが考えられないのです。位相空間では駄目で、本物の物理空間、場でものを考えないと落ち着かない。もともと自己組織化現象に興味を持っていて、それはまず空間的な場があってそこで起きることですから。そういう私のこだわりによるのかも知れません。



スライド１７

日本ではカオスに参入した若い人たちも多くて、非常に良い仕事も出ています。しかし、考えてみればあれだけ日本人がたくさん参加したのに世界に誇れる仕事は結構少ないなあという気もしないでもないです。例外はあります。低次元カオスの理論に関する仕事で二つくらい挙げますと、京大の工学部にいらっしゃった上田睆亮さんが非常に早い時期、E. Lorenz以前に実はカオスを電気回路で見つけていた。それは別としても、もうひとつは藤坂さんと山田さんの仕事、これは山田知司さんのことですが、カオス振動子の同期とオンオフ間欠性を世界で初めて見つけられた。これはやはり非常に重要な日本から出た低次元カオスの仕事だと思います。だけど、一般的に言って、あれだけ騒いだのにそんなに大した仕事がない。私の偏見かも知れないけど、どうも日本人はカオスに向いていないのではないか（笑)。カオス力学系の理論で後々まで残る良い理論というのは、何と言うか、馬鹿馬鹿しいほど簡単なモデルを徹底的に、これでもか、これもでもかと容赦なく解析して、系の構造をあばき立てる。そんなのは日本人にはあまり向いてないのではないか。日本人というのはやはりある程度ぼんやりしたところを残すのではないか。それはある面では決して悪いことではない。低次元カオスには向いてないかも知れませんが、それでも良いではないかと思うのです。物事をすべてあからさまにしないというのは創造的な科学にとって良い面もあるのではないでしょうか。じっさい、人間の想像力というものは無意識の深みから上がってくるもの

なので、そのためのチャンネルを保証するものとして、無意識と意識の境界のぼんやりとした領域はやはり必要なのではないか、などと考えるのです。まあ分かりませんけどね。

それにも関わらず、僕がカオスの Rössler と意気投合したのは、それは彼が当時低次元カオスだけではなく高次元カオスというか、拡散に誘導されたカオス、反応拡散系のカオスというものに非常に興味を持っていたからでもあります。前に述べたように、Turing 不安定性というのは、拡散があるために一様状態が不安定して不均一になるという非常にパラドキシカルな現象でした。それが、空間的に不均一になるだけでなく、時空カオスをも生じうるのではないか。そういう可能性を彼は調べていました。まさに私もそういうことを当時やっていたので、そこで意気投合したんですね。じっさい彼はそのような仕事をしていまして、これに関する Rössler のモデルがあります。いわゆる Rössler モデルではなく、ふたつのセルから成るモデルで、７６年に Zeitschrift fur Naturforschung に出た論文です（スライド１８）。そこでは Turing のオリジナルのモデルと同様に、ふたつの同一のセルを考え、各セルに２成分の反応系があって、各セルでの発展方程式がこういうもので与えられます。Turing のモデルと違うのは、ここに K というパラメータがあることで、これがゼロだと Turing モデルと同じになる。K の項は酵素反応でよく知られた Michaelis-Menten 過程の典型的な形をもっています。こういう非線形を持った反応系を解析してみると、一様状態が不安定化してカオスになる。Turing 理論の場合は、濃度差ができてそれが安定化する。つまり自発的対称性の破れによって系に極性が生じるだけですが、今の場合は不均一になる上にカオスになる。そういうのを彼は見出しました。再三述べましたように、私自身もブラッセレーターというモデルから Ginzburg-Landau 的な方程式を導き、それから位相方程式への縮約というアプローチを通じて拡散に誘導されたカオスというものを出した。

KS, CGL, Brusselator で"乱流"を確認

"diffusion-induced chemical turbulence" に対する
O.Roessler のモデル (Z.Naturforsch. '76):

X	X'
Y ⇄	Y'

$$\dot{X} = k_1X - k_2Y\frac{X}{X+K} + k_5,$$
$$\dot{Y} = k_3X - k_4Y + D(Y'-Y)$$

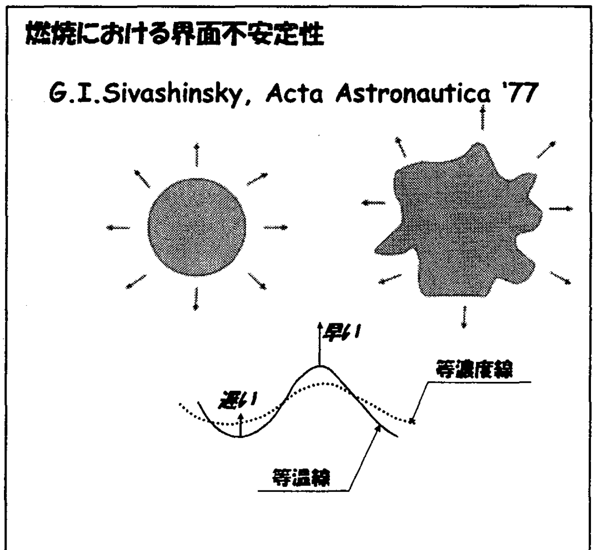
cf. Turing 理論 ('52)

スライド１８

ドイツに滞在中、僕はブリュッセルを訪問しました。宿敵のブリュッセルなのですが（笑）、実際に会うと彼らはにこやかで、Prigogine や弟子の G. Nicolis にも何度か会いましたが、デリケートなことは互いにいっさい話しません。実際、彼らのモデルであるブラッセレーターで turbulence が出るという発見の成果を持ってブリュッセルに行くには少々注意が必要でした。Rössler から、「それをうかつに洩らしては駄目だよ、彼らはずるいよ」と言われました。僕は元来無警戒で何でも話してしまうほうなので、そんなことはあるまいと思

っていたのですが、言われてみるとたしかにブリュッセルのグループは、ずるいというのは言い過ぎとしても、ややもするとPrigogineを偶像崇拝的に奉るところがあって、少々党派的な排他的なところも感じていました。今はPrigogineも亡くなってずいぶん変わっていると思うのですが。数年前、Prigogineがまだ存命中ですが、先ほどの話にも出てきたLefeverというPrigogineの愛弟子が京都に来たので久しぶりに会いました。驚いたことに、Prigogineが晩年に熱意を傾けていた例の難しい理論を口を極めて批判していました。ああ、やはりあそこでも内輪もめがあるんだなと、少しうれしくなりました（笑）。それと同時に、弟子というのは時に恐ろしいものに転化するのだなと思いました（笑）。

拡散に誘導されたカオスというものを僕は非常に重要な概念だと思うのですが、世間ではそれよりもこのような時空カオスを煮詰めた形で具現化する方程式であるところの蔵本－Sivashinsky方程式の方が有名になった感があります。G. Sivashinskyというのはいったい何者かというと、僕は共同研究したわけではないし会ったこともないのです（笑）。イスラエルのテルアビブにいてあまり国際会議などに出てこない人で、私も出不精なので顔を合せる機会がなかったのでしょう。ちょっと会いたい気もするのですが、今どきイスラエルというのも危なっかしいし（笑）。この人を知ったのは、やはりRösslerさんの仲介です。Rössler氏はお父さんのご専門もあってイスラエルに割と親近感を持っておられたのでしょうか。多分イスラエルで学会があって、そこでSivashinsky氏に会い、僕の方程式のことは既に知っていたので、「似たようなことをやっている人がいるよ」とSivashinskyに伝えたらしい。それが７９年頃です。その後すぐSivashinskyから僕のところに論文を送ってきて、僕も自分の論文と手紙を送りました。彼は全く別の現象で同じ方程式を導いていて、具体的にはcombustion（燃焼）という現象なのですが、ものが燃えて界面が広がっていくとき、その界面がつるっとしたものではなく、しわしわに不安定性を起こす。その不安定性が弱いとき、界面の発展を記述する方程式として同じような方程式が出るというわけです。それを、Acta Astronauticaという、宇宙飛行というのでしょうか、我々があまり見ない珍しい雑誌に７７年に出しています（スライド１９）。不安定性のメカニズムを簡単に言うとこうです。ここに進行する界面がある。正確に言うと界面は物質の界面と温度の界面では多少のずれがある。物質の拡散が速いと、界面の出っ張っている部分がもっと速く出ようとするし、引っ込んでいるほうはその速度が遅くなってしまい、ますますでこぼこが激しくなる、そういうメカニズムで不安定性が起こるというものです。そのようなコンテクストで



スライド１９

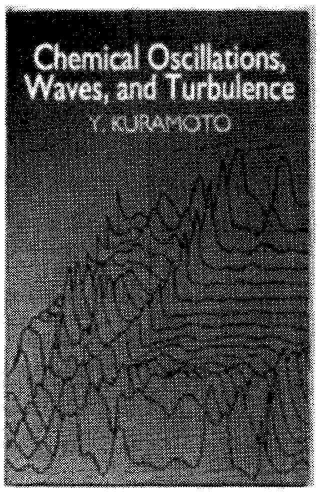
Sivashinsky は KS 方程式を得ました。これを最初に蔵本－Sivashinsky 方程式と呼んでくれた人を私は知っています。それは、乱流の繰り込み理論とか統計とかでかなりアクティブにやっている Victor Yakhot という人です（講演ではスライドで Phys. Rev. A. 24 (1981) 642 の Yakhot の論文を示す。この講義録では省略）。彼のこの論文は注意深くご覧になるとタイトルに綴りの間違いがありますね。どこか分かりますか？　そう、Sivashinski が Sivashinksi になってますね（注：語尾は y が一般的だが i でも可）。記念すべき間違いです。私はこの論文をプレプリント段階で著者から送ってもらったのですが、プレプリントには Kuramoto しかなかったのです。多分レフェリーからクレームがあったのでしょう。それであわててもう一人書き加えたとき綴りを間違えたのかも。そそっかしい人です（笑）。

今何分ですか？　あ、もう終わり？　まあ仕方ないですね（笑）。

というわけで界面不安定性に関係した KS 方程式を Sivashinsky は特殊な燃焼のモデル方程式から導出しましたが、実はもっと一般的な反応拡散方程式から位相ダイナミクスの一般論で導出することができます。 振動場の不安定性に関わる KS 方程式についても同じことが言えます。そういう一般的な位相ダイナミクスの話を私は基研の研究会で喋ったことがあります。よく覚えているのは、森先生がその場におられて、「蔵本さんは、できる問題をきれいにおやりになる」といわれたことです。私はムカッと来ましたね。今日の講演では非常に感謝した話もするけど、ムカッと来た話もしています。森先生の発言は「君は真に困難な問題を回避している」ということの婉曲的な表現に聞こえました。もちろん相手は大先生なので私はにこにこしていましたが。なぜそれほどムカッと来たのかというと、こうです。私にとっては一般的な反応拡散方程式を系統的に位相縮約するという仕事はそんなに簡単ではなかった。後から見ると、それを読む人はやさしいと思うでしょうが、それをすっきりした形にきちんと導くのにはかなり苦心しました。そのような苦渋の跡を一切残さないというのが私の主義、努力していることの一つです。尤もこれがいつも成功しているとは限らず、苦渋をそのまま吐き出してしまった例もありますが。私としては無駄な計算も含めて相当量の計算をして悪戦苦闘した。そういう苦闘の形跡を、表に出すときには一切消し去って提供するように努力しています。ムカッときたのはやはりその点を理解していただけないという思いがあったからなのでしょう。

で、(C)はもう時間がないのでやめにします。これは結合振動子の集団振動の話なのですが、これも話し出すときりがありません。昨年の岡山の学会のシンポジウムでもお話ししましたし、今日は端折りましょう。

ところで、今日お話したような私の仕事、最初の揺らぎの話(A)は別にしても、(B)、(C)の話とそれらの発展を本当はちゃんとした論文に書くべきだったのですが、もともと論文を書くのがずぼらなたちで、まとめる段になると何となく書く気がしなくなる。ですから、せっかく私の論文を引用しようという人がいても引用すべき適当な論文があまりないというありさまです。それで、私は自分のやった主なことをすべて一冊の本に収めてしまおうということで、最初に篠本さんが紹介してくれた、"Chemical Oscillations, Waves, and Turbulence"という本を８４年にシュプリンガーから出版しました。私が持っていた最後の１部のオリジナルな本を最近紛失しまして、手元には自著のオリジナルが１冊もないのです。これは昨年ドーバーという出版社が１９年ぶりに再出版してくれたペーパーバック版の表紙です（スライド２０）。この中に重要な結果はだいたい収まっています。ですから、私の仕事の中でこの本がダントツに引用されているのは当たり前といえば当たり前で、他に引用しようと思っても目ぼしいものがないのです。この本を最初に書く動機となったのは、やはり Haken さんの勧めで、８０年にドイツのビーレフェルトで開かれたシナジェティクスの会議の後で執筆を勧めらました。彼が示唆したタイトルは "Chemical waves and chemical turbulence"でしたが、それを少し変えてこういうタイトルになりました。それが１９８０年のことだったので、４年かかかって出版されたわけです。先方も気を遣ってくれ、本を書くのが大変だったら extended article でもいいよと言われました。それですっかり気が楽になり、気が楽になったのはいいが、いつまでたっても書き始めない。それで２年後くらいに出版社のシュプリンガーの Lotsch さんという編集担当の人がしびれを切らせて私の居た基研まで押しかけてきました。私は昼飯をおごってごまかそうとしたのですがだめでした（笑）。そういうふうにせっつかれながら、とうとう４年もかかってしまったのですが、１０００部刷って売れ行きはかんばしくなかったです。毎年２００部ずつくらい売れて、そのちょっぴりの印税をシュプリンガーが４月に送ってくるということが４，５年くらい続いたでしょうか。それで、ある日シュプリンガーから手紙が来まして、あなたの本はもう在庫もかなり少ないけど売れ行きも低下しているので在庫処分します、と言われました。まあ仕方ないなと思っていたのですが、皮肉なことにその頃からこの本は頻繁に引用されるようになった。私の知っている何人かの人も、シュプリンガーに問い合わせたけど在庫がないと言われてぼやいていた。それでもシュプリンガーは増刷してくれない。ひょっとしてそれには理由があって、私が Haken さんの気を害したためではない



Springer '84
Dover 2002

(Dover Publications の承諾を得て転載)
スライド２０

かと心配しました。じっさい、この原稿の最終稿を Haken さんに送ったときに同氏から返事が来まして、「原稿が完成しておめでとう。ただし一つコメントがある。私の重要な論文を引用していないですね」と。うっかり私は彼の６３年の論文、Haken-Sauermann の論文を引用し忘れたのです。大あわてで付け加えましたが時すでに遅し、これで多分気を害されたのではと思います。このシリーズは Haken さんが出版のすべての計画を牛耳っていますので、第２刷を増刷するとか改訂版を書くとか、そういうのがなかったのはそのせいかもと思いました。けれど、それは私の思い過ごしかも知れなくて、最近 Haken さんの７５歳の誕生日の後でお会いしたのですが、昔どおり非常に温かい人で、こだわった様子などまったくなかったのでほっとしました。それで、シュプリンガーは駄目でしたが、さきほど述べたように幸いドーバーが再出版してくれ、こんどはペーパーバックなので安いです。シュプリンガー版が１部７０００円くらいだったですが、これは１５００円なのでお買い得です（笑)。

本の宣伝で最終講義を終わるというのも不謹慎ですから、ちょっとだけ最後に付け加えます。以上のようなわけで、私は色々な方から励ましを受けてここまで研究を続けてこられました。お聞きになっておわかりと思いますが、節目々々で勇気付けられるような言葉をかけられ、背中を押されています。若い研究者に対する経験を積んだ人からの言葉というのを私は非常に重要だと思います。若い人を生かすも殺すもそういう経験者の言葉だと思います。私も何回か殺されかかったこともあるけれど（笑)、命を助けてもらったことの方が多かったのでここまで続けられました。それと、同じことかもしれませんが、私にとっては若いときに自分の研究をたえず注意して見てくれる人がいた。これは非常に大きいことだと思います。ほめられるにせよ批判されるにせよ、たえず目を向けてくれている人が傍にいるということ。必ずしも物理的に傍にいなくても、コミュニケーションがあれば外国にいてもいいのです。若い研究者にとってそれはすごく重要なことで、自分が関心を持たれているというそのことだけでその人の潜在能力が自然と開発されてゆく。本来の力がフルに発揮されるのです。自分はその点そういう人に恵まれていたと感謝しています。研究場所の近くにいた人もいるし、遠く離れた外国で出会った人もいるし、既に世を去った人も何人かいます。そういう人たちのことを懐かしく思い出しながら、私の最終講義を終わりたいと思います。ご清聴ありがとうございました。

質疑応答：

早川尚男：ドイツに行かれたときに批判の出た、現実の系に即してないのではないかという、それに対する答えは、今はどうなんですか？

蔵本由紀：現在はそういう実験系がありますから。それと、やはり現実にあるかないかというより、コンセプチュアルな重要性に注意したいと思います。さきほどの位相乱流にし

ても化学反応だけではなく、界面不安定性、流体という風に、物理的な対象はものすごく広がって、たとえBZ反応で見つからなくても別のところで見つかる可能性がある。それだけに、将来、１０年、２０年経って、どういうシステムが見つかるか分からない。コンセプトとして出しておけば、それは１０年２０年経ったあと現実的な意味を持ってくる。(非現実という批判に対しては) そういうふうに主張できます。

吉川研一：今日はふだんと違って、ふだんは出されない毒を出されて（笑）非常に面白かったです。色々ありますが、ひとつ気になっているのは、若い人をどう励ますかということです。蔵本さんは荒野の中を歩かれて、一つの分野、新しい学問を作られた。若い人にとっては作られたところはあまり面白くない。非線形はもう出来上がったというニュアンスがちょっと感じられたのですが、その点はどうでしょう。

蔵本由紀：私は非線形という言葉が便利なので外向きにはそれを使っていますが、今の時代、あるいはこれから、非線形という形でひとくくりのアイデンティティを持った分野、そういうものとして非線形を分ける時代は、もう終わっているのではないかと思います。非線形科学の中で出された色々なアイデアは、それぞれの個別科学の中にもぐりこんでしまい、そこでもちろん非常に意味を持っているわけですが、非線形というひとくくりでアイデンティファイできる分野はもはや消えかかっているのではないか。それと、私自身は、非線形というよりむしろ自己組織化する自然、それを相手にした科学を対象にしてきました。そこは、まだアイデンティティを持ったひとつの分野として当分は成り立つのではないかと思います。

吉川研一：そこにはまだ荒野があるということですね。

山田耕作：蔵本先生の話では、三つ子の魂百までというか、若い頃学習したアイデアが、ある程度後まで考え方を拘束すると、そうすると、自己組織化するような科学というものを目指すときに、若い人が勉強しておいたほうが良いのは、やはり相転移とかですか？

蔵本由紀：私の場合はそうでしたが、だからといって今相転移を勉強されても。さきほど申し上げたように非線形という領域そのものが、ひとつの科学としてアイデンティティを持つのが難しいような状況ですから、そういうことをやりたいと思う人に対して、今どういうバックグラウンドを持っていたらいいかという質問に答えるのは非常に難しい。因みに、私の話の中で Thom のカタストロフィ理論に触れましたが、それは今の複雑系のブームと似た面がありました。どちらも、ああいうブームはやがて急速に去ってゆく。複雑系に対する批判は、Thom のカタストロフィ理論に対するものと同様に色々ありますが、私はそういう批判とは別に、たとえばカタストロフィ理論ならばそこに含まれる自然の見方と

か、そういうことから非常に大きなものを学びました。今もう複雑系ブームは終わりかけているかも知れないけど(笑)、かなりいかがわしい面はあるけど、その中でも何か新しい、その人なりに強い感銘を受けるようなことを見つけていくことは重要です。そういうものこそ若い人たちにとって何かを勉強する以上に重要なことなのではないでしょうか。